

ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА (01.04.14)

УДК 536.24.001.57

Численное моделирование теплообмена при пульсирующем ламинарном течении в плоском канале

Е. П. Валужева, М. С. Пурдин

Сведения об авторах

Валужева Елена Петровна – доктор технических наук, профессор кафедры Теплообменных процессов и установок МЭИ, e-mail: ep.valueva@gmail.com

Пурдин Михаил Сергеевич – аспирант кафедры Теплообменных процессов и установок МЭИ

Приведено решение уравнения энергии для развитого нестационарного ламинарного течения жидкости в плоском канале с постоянной плотностью теплового потока на стенке. Полагалось, что средняя по сечению скорость меняется во времени по гармоническому закону. Решение проведено методом конечных разностей. Продольная скорость, входящая в уравнение энергии, была вычислена ранее из решения уравнения движения. Расчеты выполнены для амплитуд колебаний средней по сечению скорости $A = 0,1 \dots 5$ в широком диапазоне безразмерных гидродинамической и тепловой частот колебаний: от квазистационарного до высокочастотного режима. В квазистационарном режиме в каждый момент времени средняя массовая температура жидкости и число Нуссельта соответствуют зависимостям для стационарного течения от числа Рейнольдса, изменяющегося в течение периода колебаний. В высокочастотном режиме на распределениях по длине канала температуры стенки и средней массовой температуры жидкости имеются узловые точки, в которых колебания отсутствуют. Расстояние между узловыми точками обратно пропорционально квадрату безразмерной тепловой частоты колебаний. Колебания тепловых величин, в отличие от колебаний гидродинамических величин, не являются гармоническими, что особенно заметно в квазистационарном режиме. Такие колебания можно охарактеризовать лишь некоторыми амплитудами и фазами, например, в точках максимума и минимума. Осредненные по периоду колебаний значения тепловых величин могут отличаться от их значений при стационарном течении.

Вычислены изменения по длине амплитуд и фаз средней массовой температуры жидкости, температуры стенки и числа Нуссельта. Рассмотрен случай, когда началу обогрева предшествует адиабатический участок, что влияет на результаты расчета при амплитудах колебаний $A > 1$. Среднее по периоду колебаний число Нуссельта может значительно превышать его значение для стационарного течения, что наблюдалось в некоторых экспериментах. Положение максимума числа Нуссельта близко к входу в обогреваемый участок. Проведено сравнение результатов расчетов, проведенных для двух граничных условий: первого и второго родов. В первом случае увеличение числа Нуссельта более значительно, а его максимальное значение расположено непосредственно на входе в обогреваемый участок.

Ключевые слова: теплообмен, пульсирующее ламинарное течение, плоский канал, численное моделирование.

Numerical simulation of heat transfer for pulsating laminar flow in a flat channel

E. P. Valueva, M. S. Purdin

Information about authors

Valueva Elena P. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Heat-and-Mass Transfer Processes and Installations Dept., MPEI, e-mail: ep.valueva@gmail.com

Purdin Mikhail S. — Ph.D.-student of Heat-and-Mass Transfer Processes and Installations Dept., MPEI

A solution of the energy equation for a developed unsteady laminar flow of liquid in a flat channel with a constant heat flux density on the wall is presented. It was assumed that the average velocity over the cross section varied in accordance with a harmonic law with time. The equation was solved using the finite-difference method. The longitudinal velocity appearing in the energy equation was calculated previously by solving the equation of motion. The calculations were performed for the oscillation amplitudes $A = 0.1-5$ of the velocity averaged over the cross section in a wide range of dimensionless hydrodynamic and thermal oscillation frequencies from a quasi-steady state to a high-frequency mode. In the quasi-steady state mode, the average bulk temperature of liquid and the Nusselt number correspond at each moment of time to the dependences for steady flow on the Reynolds number varying over the oscillation period. In the high-frequency mode, the distributions of wall temperature and bulk liquid temperature over the channel length contain nodal points free from oscillation. The distance between these nodal points is inversely proportional to the square of the dimensionless thermal oscillation frequency. Unlike the vibrations of hydrodynamic variables, the fluctuations of thermal variables are not harmonic in nature, which is especially noticeable in the quasi-steady state mode. Their fluctuations can be characterized only by certain amplitudes and phases, for example, at the points of maximum and minimum. The values of thermal quantities averaged over the oscillation period may differ from their values in steady flow.

Variations of the amplitudes and phases of the bulk liquid temperature, wall temperature, and Nusselt number over the length are calculated. A case is considered in which the beginning of heating is preceded by an adiabatic segment, which has an effect on the calculation results at oscillation amplitudes $A > 1$. The Nusselt number averaged over the oscillation period may be significantly higher than its value for steady flow, which was observed in some experiments. The maximal Nusselt number is located close to the heated portion inlet. A comparison is made between the results of calculations carried out for the cases corresponding to the boundary conditions of the first and second kind. In the first case, the Nusselt number shows a more significant increase, and its maximum is located directly at the heated portion inlet.

Key words: heat transfer, pulsating laminar flow, flat channel, numerical simulation.

Введение

История исследования влияния пульсаций расхода на теплообмен при течении жидкости в каналах начинается с середины прошлого века. Еще в 1943 г. авторами эксперимента [1] обнаружено, что при наложении пульсаций расхода на ламинарное и турбулентное течение в круглой трубе теплоотдача может возрасти. Этот эффект полезен для практики, особенно в настоящее время, когда актуальной является разработка различных способов интенсификации теплообмена. Особенно важно повышение теплоотдачи в планарных теплообменных аппаратах, представляющих собой систему щелевых микроканалов. Такие микротеплоотводы применяются для отвода тепла от элементов электронной техники, в химических реакторах. Несмотря на ламинарный режим течения в каналах этих компактных теплообменных аппаратах, для них характерны высокие коэффициенты теплоотдачи.

Отдельные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при пульсирующем с большими амплитудами колебаний течении теплоотдача возрастает. Например, в работе [2] изучалось течение в прямоугольных каналах с поперечными канавками на стенке. Такие каналы используются для интенсификации теплообмена и массообмена. Еще большее увеличение теплоотдачи и массоотдачи может наблюдаться при пульсирующем течении. Установлено, что в области ламинарного течения при больших амплитудах колебаний ($A = 10$) среднее по периметру число Шервуда может возрасти более чем в четыре раза по сравнению с его значением при стационарном течении. В экспериментах [3], выполненных для прямоугольного микрочанала, получено, что при колебаниях с большими амплитудами ($A = 2,5$) теплоотдача увеличивается на 40% по сравнению со стационарным случаем.

Исследование теплообмена при пульсирующем ламинарном течении важно при моделировании про-

цессов, протекающих в системе охлаждения ядерных энергетических установок, размещенных на плавучих платформах в океане и использующих энергию морских волн. В этом направлении в последнее десятилетие появилось значительное количество экспериментальных и расчетно-теоретических работ (см. [4]).

Работы, посвященные расчетно-теоретическому исследованию процесса теплообмена при пульсирующем течении жидкости в трубах, можно разделить на две группы; в первой из них этот процесс изучался приближенным аналитическим путем, во второй — методом конечных разностей.

Впервые аналитическое исследование с целью установления закономерностей теплообмена при пульсирующем течении в канале выполнено в [5]. Авторы [5] отмечают, что проведенные ранее эксперименты не дают однозначного ответа на вопрос, происходит ли интенсификация теплообмена при наложении пульсаций на среднюю по течению скорость (или на средний градиент давления). В [5] рассмотрено стержневое течение в плоском канале с граничными условиями $T_c = \text{const}$ и $q_c = \text{const}$ при гармоническом колебании градиента давления с заданной амплитудой. Получено, что решение нестационарного уравнения энергии имеет узловые точки, в которых тепловые величины не изменяются по времени. Колебания этих величин затухают с увеличением расстояния от входа в обогреваемый участок трубы. Аналогичные результаты получены и авторами работы [6], в которой проведено аналитическое решение задачи для круглой трубы при $\rho = \text{const}$ с малыми амплитудами колебаний. К первой группе следует отнести также работы [4, 7 – 12]. Все эти работы выполнены для малых колебаний расхода, а в некоторых из них [4, 11, 12] в уравнении пренебрегалось изменением пульсационной составляющей температуры вдоль трубы. Такое допущение справедливо лишь при малых относительных частотах колебаний или при

значительном расстоянии от входа в обогреваемый участок трубы. Существенное влияние пульсаций расхода на теплоотдачу в перечисленных выше работах не обнаружено.

Заметим, что проведение аналитического решения уравнения энергии возможно лишь с определенными допущениями, основное из которых — малая амплитуда колебаний средней по сечению скорости $A < 1$, что ограничивает область его применения. Альтернативой приближенному аналитическому решению рассматриваемой задачи является ее численное решение, например методом конечных разностей, который можно применять и при больших амплитудах колебаний. Этот метод использован в работах [13 – 16]. Во всех этих работах расчеты проведены для развивающегося течения в круглой или плоской трубах с граничным условием первого или второго рода, но влияние начального гидродинамического участка на теплообмен при пульсирующем течении не исследовано. Получено, что среднее по периоду колебаний число Нуссельта (которое в каждой работе определено разными способами) может быть как ниже, так и выше, чем при стационарном течении. Однако это различие лежит в пределах нескольких процентов, что можно объяснить сравнительно небольшими амплитудами колебания средней по сечению скорости, значение которой не превышало 0,8. В целом, расчеты в указанных работах проведены в ограниченной области режимных параметров; их влияние на тепловые характеристики пульсирующего течения детально не анализируются. Например, в [14] методом конечных разностей моделировался теплообмен при ламинарном пульсирующем течении в плоском канале с граничным условием $T_c = \text{const}$. Расчеты выполнены для числа Прандтля $\text{Pr} = 0,7$, числа Рейнольдса среднего во времени течения $\text{Re} = 50$, амплитуды колебаний $A < 0,75$. Получено, что колебания могут приводить как к некоторому увеличению средней по времени плотности теплового потока на стенке (которую авторы называют числом Нуссельта), так и к ее уменьшению, но их влияние незначительно даже при $A = 0,75$. Заслуживает специального упоминания работа [13], в которой для граничного условия $T_c = \text{const}$ получено, что колеблющаяся составляющая температуры при высоких частотах вблизи стенки имеет максимум, подобный максимуму колеблющейся составляющей продольной скорости, но в отличие от последней, в области оси трубы колебания температуры отсутствуют. Однако этот результат может быть неточным, поскольку колебания всех тепловых и гидродинамических величин авторы [13] представили в виде лишь одной гармоники, что в общем случае несправедливо, особенно на начальном гидродинамическом участке.

Более широкая область режимных параметров охвачена в расчетах [17, 18], проведенных методом конечных разностей для пульсирующего течения в круглой трубе с граничным условием $T_c = \text{const}$ при $A = 0,9$.

Получено, что амплитуда колебаний плотности теплового потока на стенке периодически изменяется вдоль канала и уменьшается с увеличением расстояния от входа в канал, т. е. колебания затухают. Интенсивность затухания колебаний увеличивается с возрастанием частоты колебаний. Колебания тепловых величин при относительно больших амплитудах A нелинейны; они являются суммой гармоник. В этом случае значения максимальных и минимальных амплитуд колебания тепловых величин в течение периода различны; отличаются и фазы, в которых достигаются эти значения.

При относительно малых частотах колебаний в квазистационарном режиме тепловые характеристики в каждый момент времени соответствуют их стационарным зависимостям от продольной координаты; амплитуды колебаний стремятся к постоянным величинам. Расстояние между узловыми точками стремится к бесконечности, а минимум относительной амплитуды колебаний плотности теплового потока на стенке — к единице. Средняя массовая температура жидкости колеблется в противофазе с колебаниями средней по сечению скорости, а сдвиг фазы колебаний плотности теплового потока на стенке стремится к нулю.

В настоящей работе исследован теплообмен при пульсирующем течении в плоском канале с граничным условием $q_c = \text{const}$ для $A = 0,1 — 5$. Изучено влияние на тепловые характеристики амплитуды и частоты колебаний, а также условий на входе в обогреваемый участок канала.

Постановка задачи

Решалось уравнение энергии для нестационарного ламинарного течения жидкости с постоянными физическими свойствами в плоском канале. Аксиальной теплопроводностью пренебрегалось.

Решение проведено для случая, когда средняя по сечению скорость изменяется во времени по гармоническому закону:

$$\langle u \rangle = \langle \bar{u} \rangle [1 + A \sin(\omega t)],$$

где A — амплитуда колебаний; ω — круговая частота, черта сверху означает осреднение по времени.

запишем уравнение энергии в безразмерном виде:

$$S_T^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial t_\omega} + U \frac{\partial \vartheta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2}. \quad (1)$$

Здесь $\vartheta = \lambda(T - T_0)/(2hq_c)$ — безразмерная температура; $Y = y/h$ — поперечная координата; h — полувысота канала; $t_\omega = \omega t$ и $X = 2x/(h\text{Re})$ — безразмерные время и расстояние от входа в обогреваемый участок трубы; $\text{Pe} = \text{RePr}$ — число Пекле; $\text{Re} = \frac{2 \langle \bar{u} \rangle h}{\nu}$ — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; $S_T = \sqrt{\text{Pr}S}$ — тепловое число Стокса (безразмерная частота колебаний для тепловых величин); $S = h\sqrt{\omega/\nu}$ — число Стокса

(безразмерная частота колебаний); λ , ν — коэффициент теплопроводности и кинематический коэффициент вязкости.

Продольная скорость $U(Y, t_\omega) = u / \langle \bar{u} \rangle$ является функцией числа Стокса S и вычислена в [19] методом конечных разностей.

Уравнение (1) решалось со следующими граничными условиями. На стенке канала при $Y = 1, X > 0$ задана постоянная плотность теплового потока $\partial\vartheta/\partial Y = 1/2$. На оси канала при $Y = 0$ выполняется условие симметрии $\partial\vartheta/\partial Y = 0$. При $X = X_\ell$ принято $\partial T/\partial x^2 = 0$. Это условие необходимо пояснить. Для колебаний с $A < 1$ условия на правой границе не требуются. Для колебаний с $A > 1$ это условие формально требуется в те моменты времени, когда средняя по сечению скорость меняет направление: $\langle u \rangle < 0$. Но колебания температуры при пульсирующем течении (при наличии средней во времени скорости $\langle \bar{u} \rangle > 0$) затухают вдоль трубы — их амплитуда становится малой на расстоянии от начала обогрева X_p , пропорциональном A/S_T^2 . Это означает, что на указанном расстоянии температура практически не изменяется во времени ($T = \bar{T}$). Следовательно, нестационарный член в уравнении энергии $\dot{u}\partial T/\partial x$ пренебрежимо мал по сравнению с другими членами и колебания скорости (и ее знак) не влияют на решение уравнения энергии. Однако, в квазистационарной области ($S_T \ll 1$) указанное расстояние может быть достаточно велико. Поэтому в расчетах принято, что при $X = X_\ell$ теплообмен является стабилизированным. Для $q_c = \text{const}$ это означает, что $\partial^2 T/\partial x^2 = 0$, причем для всех моментов времени, независимо от знака средней по сечению скорости. Таким образом, полагается, что за расчетной областью находится обогреваемый участок, длина которого достаточна для тепловой стабилизации потока, движущегося в обратном направлении. Кроме того, за обогреваемым участком находится достаточно длинный адиабатический участок, условие для температуры на конце которого не отражается на поле температур на обогреваемом участке. Специально проведенные расчеты подтвердили обоснованность такой постановки задачи.

Более подробно рассмотрим условие на входе в расчетную область. При больших амплитудах колебаний $A > 1$, когда поток в определенные моменты времени меняет свое направление, при постановке задачи обогреваемому участку должен предшествовать необогреваемый адиабатический участок длиной X_0 . Этот участок необходим и при высокочастотных колебаниях с $A < 1$, поскольку в этом случае вблизи стенки возникают возвратные течения; область их существования рассчитана в [19]. Полагалось, что вдали от входа в обогреваемый участок при $X = -X_0$ профиль температуры является равномерным $\vartheta = 0$.

В качестве начального условия по времени задавалось решение стационарного уравнения энергии. Установившееся по периоду колебаний решение вычислялось путем итераций.

Решение уравнения энергии зависит от трех режимных параметров — A, S, S_T (или S, Pr).

Нетрудно провести аналитическое решение этого уравнения для стержневого течения с малыми амплитудами колебаний. Представим среднюю по сечению температуру жидкости, которая для стержневого течения совпадает со средней массовой температурой, в виде суммы постоянной во времени и колеблющейся составляющих:

$$\begin{aligned}\vartheta_{ж} &= \bar{\vartheta}_{ж}(X) + \tilde{\vartheta}_{ж}(X) \exp(it_\omega); \\ \tilde{\vartheta}_{ж} &= \hat{\vartheta}_{ж} \exp(-i\phi_{Tж}) = A_{Tж} \bar{\vartheta}_{ж} \exp(-i\phi_{Tж}),\end{aligned}$$

где $A_{Tж}$ — амплитуда колебаний температуры жидкости; $\phi_{Tж}$ — ее относительная фаза, т.е. разница фазы ее колебаний и фазы колебаний средней по сечению скорости.

Осредненному по сечению канала уравнению с нулевым граничным условием при $X = 0$ удовлетворяет функция $\tilde{\vartheta}_{ж}$ с амплитудой и фазой колебаний

$$\begin{aligned}A_T &= 2A \left| \sin(S_T^2 X / 2) \right| / (S_T^2 X); \\ \phi_T &= -XS_T^2 / 2 + k; \quad k \leq XS_T^2 / 2 \leq (k+1); \quad k=0,1, 2, \dots\end{aligned}\quad (2)$$

Из данного решения следует, что амплитуда колебаний убывает в продольном направлении обратно пропорционально величине S_T^2 . В определенных сечениях канала имеются узловые точки, в которых колебания отсутствуют. Расстояние между узловыми точками $\chi = (\pi/2)/S_T^2$, $\chi = x/(2hPe) = X/4$. Эти особенности теплообмена при пульсирующем течении отмечены выше.

Метод численного решения

Решение уравнения (1) находилось методом конечных разностей с помощью неявной безусловно устойчивой двухслойной по времени разностной схемы. Для аппроксимации производной по X использовалась схема «против потока», а по Y — центральная разностная схема. Система из $K \times M \times P$ линейных шеститочечных алгебраических уравнений решалась итерационным методом Гаусса–Зайделя (K, M, P — число разбиений по X, Y, t_ω). Итерации сходятся, поскольку для матрицы коэффициентов системы алгебраических уравнений выполняется условие диагонального преобладания. Сходимость итераций, а также установление решения по периоду колебаний (с абсолютной погрешностью, ограниченной значением машинного нуля, равного $1,2 \cdot 10^{-7}$ для языка Си++) контролировалась по значениям ϑ в каждой точке сетки. Подобраны числа разбиений по периоду колебаний ($P = 360$) и по пространственным координатам $K = 100 - 200, M = 80$, при которых погрешность решения уравнения энергии и его небаланс не превышали нескольких процентов.

Найдены значения X_0 и X_p , которые тоже являются параметрами разностной схемы. Для $A > 1$ длина перед

началом обогрева, на которой существует среднее по сечению возвратное течение может быть приближенно оценена как $X_0 = (A - 1)\pi/S_T^2$. В квазистационарном режиме при $S, St \ll 1$ длина начального термического участка возрастает по сравнению с его длиной при стационарном течении X_{HTV} в момент достижения максимума средней по сечению скорости $\langle u \rangle$; поэтому принято, что $X_\ell = (1 + A)X_{HTV}$. Для $S, St > 1$ длина расчетной области X_ℓ полагалась равной нескольким длинам тепловой волны $2\pi/S_T^2$, распространяющейся в продольном направлении со скоростью $\langle u \rangle$.

По результатам решения уравнения энергии в каждый момент времени консервативным способом вычислялось локальное значение числа Нуссельта $Nu(X, t_\omega), Nu(X, t_\omega) = 1/\Delta\vartheta, \Delta\vartheta = \vartheta_c - \vartheta_{ж}$ — безразмерный температурный напор.

Среднее во времени число Нуссельта $\overline{Nu}(X) = 1/\overline{\Delta\vartheta}$ находилось численным интегрированием температурного напора по периоду колебаний.

Результаты расчета

На рис. 1 показано изменение во времени средней массовой температуры жидкости и температуры стенки. В квазистационарной области эти температуры колеблются в противофазе с колебаниями средней по сечению скорости, а с увеличением частоты колебания начинают опережать колебания $\langle U \rangle$. В меньшей степени это относится к колебаниям температуры стенки из-за малости скорости вблизи последней.

Изменение вдоль трубы температуры стенки и средней массовой температуры жидкости в разные моменты времени представлены на рис. 2. Наблюдаются

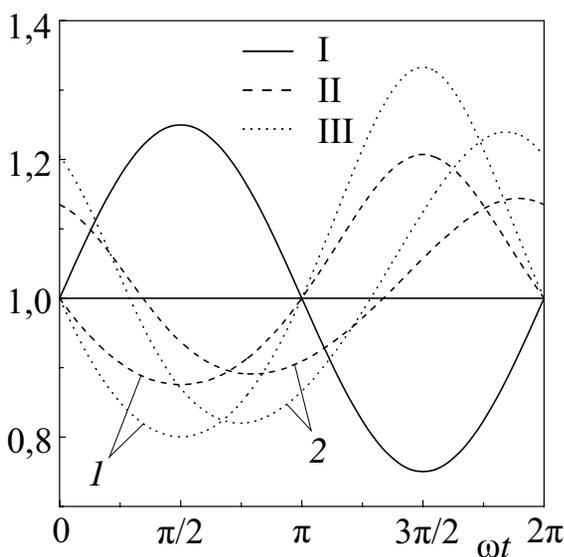


Рис. 1. Изменение во времени температуры стенки и средней массовой температуры жидкости при $\chi = 0,2; A = 0,25$:
 I — $S = S_T \rightarrow 0$; 2 — $S = ST = 1,5$; I — $\langle U \rangle / \langle \overline{U}_c \rangle$; II — $\vartheta_c / \overline{\vartheta}_c$;
 III — $\vartheta_{ж} / \overline{\vartheta}_{ж}$

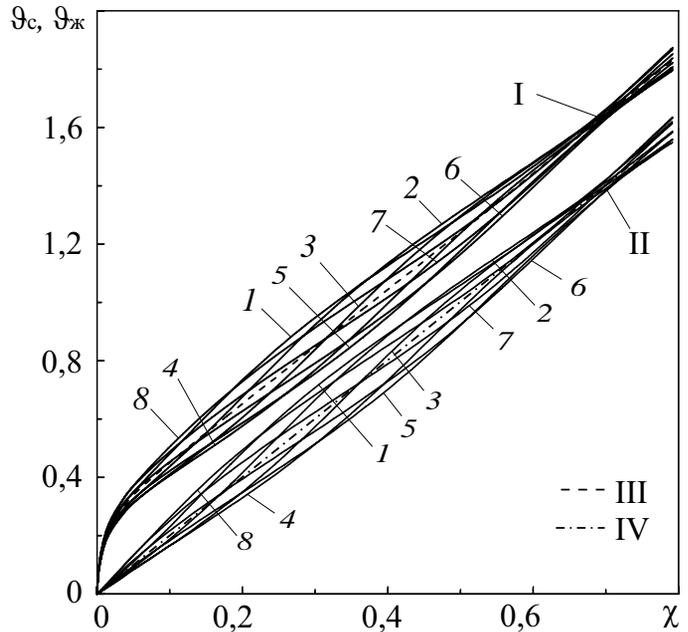


Рис. 2. Изменение вдоль канала температуры стенки и средней массовой температуры жидкости при $S = ST = 1,5; A = 0,25$:

I — ϑ_c ; II — $\vartheta_{ж}$; III — $\overline{\vartheta}_c$; IV — $\overline{\vartheta}_{ж}$; 1 — $\omega t = 0$; 2 — $\pi/4$; 3 — $\pi/2$;
 4 — $3\pi/4$; 5 — π ; 6 — $5\pi/4$; 7 — $3\pi/2$; 8 — $7\pi/4$

колебания этих величин около их средних по периоду значений, причем $\vartheta_c, \vartheta_{ж}$ в данном режиме изменяются вдоль канала по линейной зависимости, как и в случае стабилизированного теплообмена при стационарном течении. Отчетливо видны узловые точки. Расстояние между ними соответствует теоретической зависимости для стержневого течения с малыми амплитудами колебаний (2).

Амплитуды и фазы, при которых температура стенки и средняя массовая температура жидкости достигают своего максимума и минимума, представлены на рис. 3. Различие между указанными величинами в максимуме и минимуме наиболее существенно при относительно малых частотах колебаний вблизи входа в обогреваемый участок.

С увеличением расстояния от входа амплитуды колебаний затухают, что особенно заметно при высоких частотах колебаний. В высокочастотной области фазы колебаний температур стенки и жидкости стремятся к некоторым постоянным значениям, приблизительно равным $-3\pi/8$ и $-\pi/2$, соответственно.

Изменение вдоль канала средних по периоду колебаний температуры стенки, средней массовой температуры жидкости и числа Нуссельта по отношению к их стационарным значениям для амплитуд колебаний средней по сечению скорости $A < 1$ и $A > 1$ показано на рис. 4, 5. Расчетами охвачены четыре характерные области частот колебаний: малые значения числа Стокса S и теплового числа Стокса S_T (кривые 1 на рисунках), малые S и относительно высокие St (кривые 2), относительно высокие S и малые St (кривые 3), высокие S и St (кривые 4).

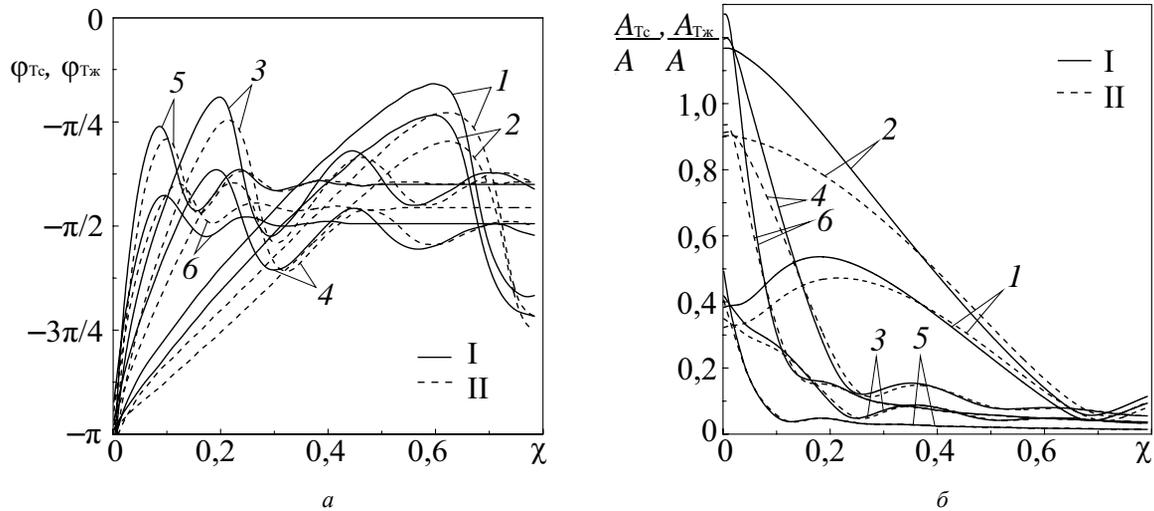


Рис. 3. Изменения амплитуд (*a*) и фаз (*б*) колебаний температуры стенки и средней массовой температуры жидкости вдоль канала при $A = 0,25$; 1, 2 — $S = S_T = 1,5$; 3, 4 — $S = S_T = 2,5$; 5, 6 — $S = S_T = 3,5$; 1, 3, 5 — амплитуда и фаза температуры стенки; 2, 4, 6 — температуры жидкости; I — в максимуме; II — в минимуме

Наблюдаются колебания средних по времени тепловых величин по длине канала, но не слишком существенные по сравнению с колебаниями мгновенных значений этих величин. Обращает на себя внимание то, что средняя по периоду температура жидкости значительно превышает свое стационарное значение при малых S_T (кривые 1, 3). При амплитудах колебаний $A < 1 \bar{\vartheta}_j$ остается постоянной по длине канала.

В квазистационарном режиме колебаний при $S, S_T \rightarrow 0$ отношение \bar{Nu} / Nu_s имеет максимум вблизи входа в обогреваемый участок, величина которого увеличивается с ростом амплитуды колебаний. Этот максимум объясняется в первую очередь расширением области нестабилизированного теплообмена при колебаниях средней по сечению скорости с высокой амплитудой. В той части периода, где средняя по сечению скорость $\langle u \rangle > \langle \bar{u} \rangle$, увеличивается длина начального термического участка $(x/d_T)_{НГУ}$, пропорциональная числу Рейнольдса в каждый момент времени, по сравнению с этой длиной при стационарном течении. Как известно, значение числа Нуссельта на начальном термическом участке выше, чем его стабилизированное значение. В той части периода, где $0 < \langle u \rangle < \langle \bar{u} \rangle$, число Нуссельта Nu меньше, чем Nu_s . Но вклад этой части периода в среднее по периоду колебаний число Нуссельта при $A \gg 1$ относительно невелик. В той части периода, где средняя по сечению скорость меняет направление ($\langle u \rangle < 0$), поток в расчетную область поступает термически стабилизированным и $Nu = Nu_s$. В результате среднее по периоду колебаний число Нуссельта превышает его стационарное значение.

Второй фактор, оказывающий некоторое влияние на число Нуссельта вблизи входа в обогреваемый участок — наличие предвключенного адиабатического участка. Благодаря переносу тепла возвратным те-

чением в адиабатический участок средняя массовая температура вблизи входа в обогреваемый участок возрастает. Однако возрастает и температура стенки, поскольку она в значительной степени определяется заданной плотностью теплового потока на стенке. На рис. 6 видно, что профиль средней по периоду колебаний температуры на некотором расстоянии от входа в адиабатический участок остается равномерным, а затем, с увеличением расстояния от входа температура стенки становится выше средней массовой температуры жидкости; на профиле температуры появляется точка перегиба. Однако температурный напор уменьшается, а число Нуссельта увеличивается незначительно по сравнению со случаем отсутствия адиабатического участка, результаты расчета для которого представлены на рис. 7.

Получены зависимости от режимных параметров отношения максимального среднего по периоду колебаний числа Нуссельта к его стационарному значению и положение этого максимума, показанные на рис. 8. Число Нуссельта возрастает приблизительно на 15% (при $A = 5, S = 3,5$) по сравнению с его значением при стационарном течении. Наибольшее влияние по сравнению с влиянием безразмерных частот колебаний на возрастание числа Нуссельта оказывает увеличение амплитуды колебаний средней по сечению скорости.

Максимальное значение отношения \bar{Nu}_{max} / Nu_s расположено на некотором расстоянии от входа в обогреваемый участок χ_{max} . Как видно на рис. 8, χ_{max} при больших A слабо зависит от числа Стокса S ; волнообразную зависимость $\chi_{max}(S)$, заметную на рис. 8, e , можно объяснить погрешностью численного расчета. С увеличением значения теплового числа Стокса St указанный максимум приближается к входу в обогреваемый участок.

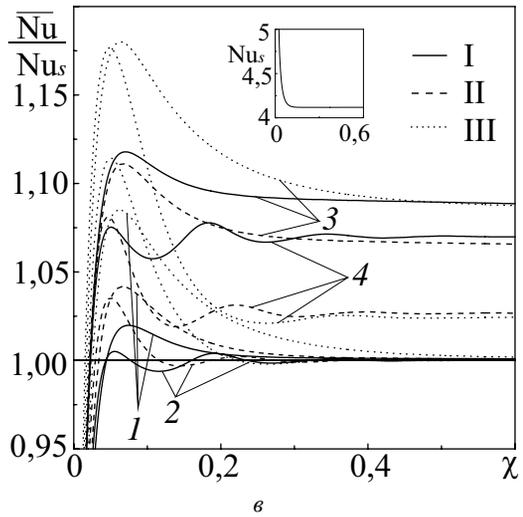
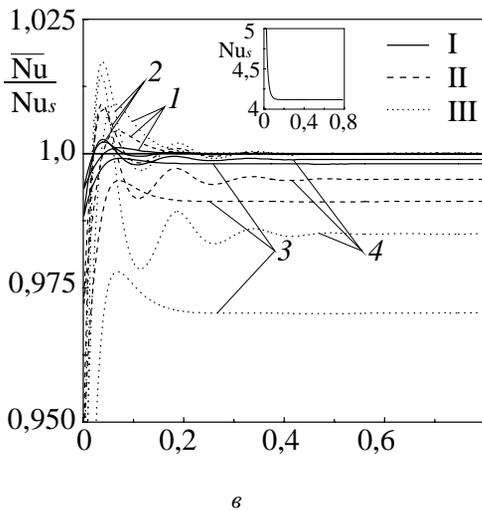
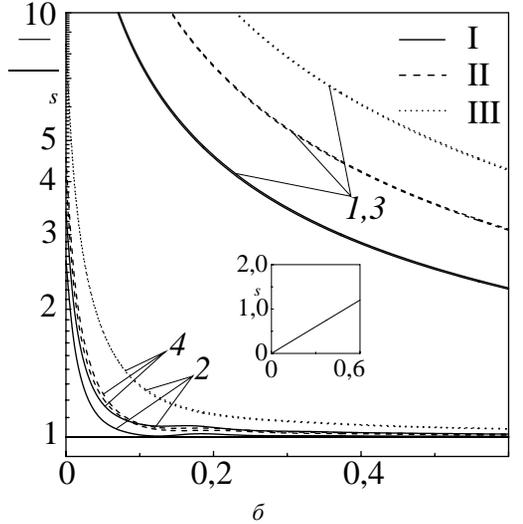
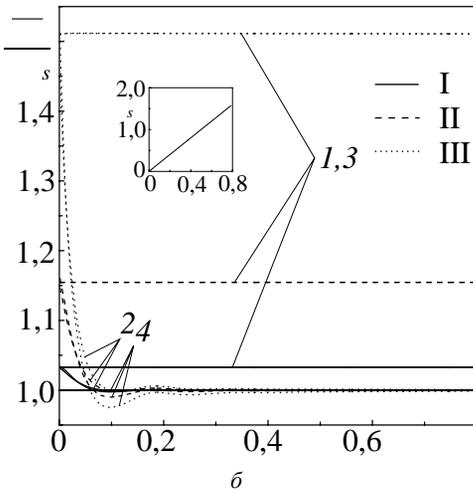
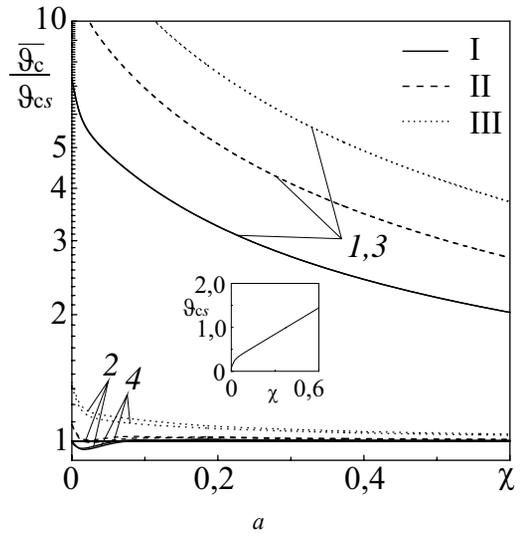
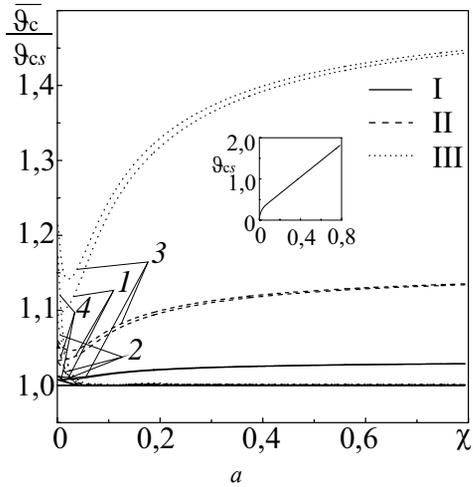


Рис. 4. Изменения температуры стенки (а), средней массовой температуры жидкости (б) и числа Нуссельта (в) вдоль канала:

1 — $S \rightarrow 0, S_T \rightarrow 0$; 2 — $S \rightarrow 0, S_T = 3,5$; 3 — $S = 3,5, S_T \rightarrow 0$;
4 — $S = 3,5, S_T = 3,5$; I — $A = 0,25$; II — $A = 0,5$; III — $A = 0,75$

Рис. 5. Изменения температуры стенки (а), средней массовой температуры жидкости (б) и числа Нуссельта (в) вдоль канала:

1 — $S \rightarrow 0, S_T \rightarrow 0$; 2 — $S \rightarrow 0, S_T = 3,5$; 3 — $S = 3,5, S_T \rightarrow 0$;
4 — $S = 3,5, S_T = 3,5$; I — $A = 1,5$; II — $A = 2,5$; III — $A = 5$

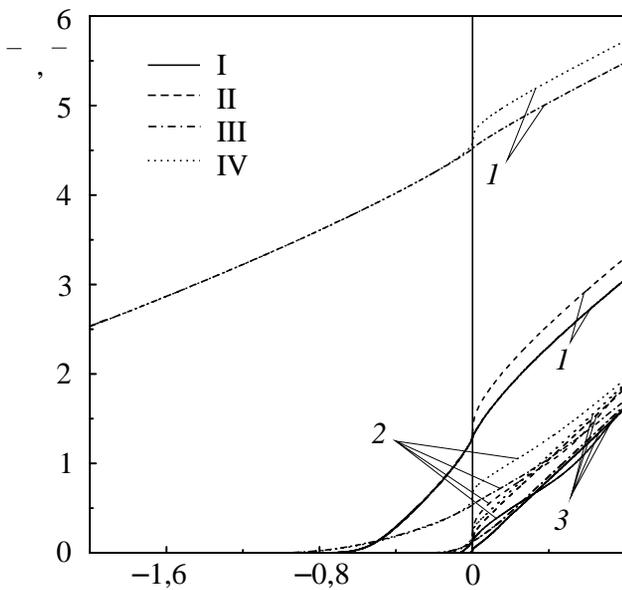


Рис. 6. Изменение температуры стенки (II, IV) и средней массовой температуры жидкости (I, III) на предвключенном адиабатическом участке:

1 — $S = S_T = 0,5$; 2 — $S = S_T = 1,5$; 3 — $S = S_T = 3,5$; I, II — $A = 1,5$; III, IV — $A = 5$

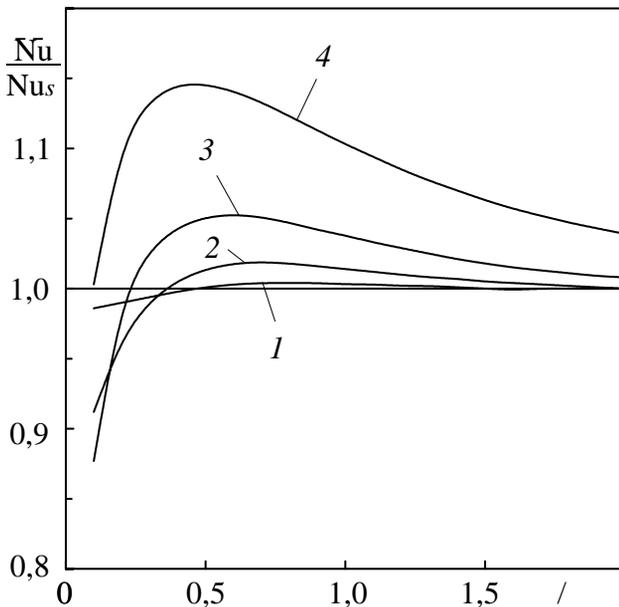


Рис. 7. Изменение среднего по периоду колебаний числа Нуссельта вдоль канала:

1 — $A = 0,5$, 2 — $A = 1$, 3 — $A = 2$, 4 — $A = 5$

Выводы

В расчетах установлено, что влияние пульсаций расхода на тепловые характеристики течения проявляется в следующем.

Колебания тепловых величин, в отличие от колебаний гидродинамических величин, не являются гармоническими, что особенно заметно в квазистационарном

режиме. Осредненные по периоду колебаний значения тепловых величин могут отличаться от их значений при стационарном течении.

На распределении по длине канала средней массовой температуры жидкости и температуры имеются узловые точки, в которых эти величины не изменяются во времени. Расстояние между узловыми точками обратно пропорционально S_T^2 , где $S_T = \sqrt{\text{Pr}S}$ — тепловое число Стокса. Этот режимный параметр, помимо числа Стокса S , оказывает существенное влияние на теплообмен.

При малых тепловых числах Стокса $S_T \ll 1$ средняя массовая температура жидкости и температура стенки колеблются в противофазе с колебанием средней по сечению скорости.

Амплитуды и фазы колебаний тепловых величин затухают по длине канала. Значения амплитуд обратно пропорционально расстоянию от входа в обогреваемый участок канала $X = x/(hPE)$ и величине S_T^2 . Влияние на теплообмен пульсаций средней по сечению скорости становится незначительным при больших XS_T^2 .

В квазистационарном режиме при $S, S_T < 1$ отношение среднего по периметру канала и периоду колебаний числа Нуссельта к его значению при стационарном течении $\overline{\text{Nu}}_{\text{max}} / \text{Nu}_s$ имеет максимум вблизи входа в обогреваемый участок. Величина максимума возрастает с увеличением амплитуды колебаний. Появление этого максимума объясняется расширением области нестабилизированного теплообмена при колебаниях средней по сечению скорости. Другой причиной, влияющей на число Нуссельта вблизи входа в обогреваемый участок при пульсирующем течении с амплитудами $A > 1$, является наличие перед обогреваемым участком адиабатического участка. Благодаря переносу тепла возвратным течением в адиабатический участок число Нуссельта при $X \rightarrow 0$ возрастает в большей степени, чем в случае стационарного течения.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (государственное задание № 3.1519.2014/к).

Литература

1. Martinelli R.C., Boelter L. M. K., Weinberg E.B. Heat transfer to a fluid flowing periodically at low frequencies in a vertical tube // Trans. ASME. 1943. V. 65. P. 789 — 798.
2. Nishimura T., Oka N., Yoshinaka Y., Kunitsugu K. Influence of imposed oscillatory frequency on mass transfer enhancement of grooved channels for pulsatile flow // Int. J. Heat mass transfer. 2000. V. 43. P. 2365 — 5374.
3. Persoons T., Saenen T., Van Oevelen T., Baelmans M. Effect of flow pulsation on the heat transfer performance of a minichannel heat sink // J. Heat transfer. 2012. V. 134. P. 1 — 7.
4. Yan B.H., Yang Y.H. Forced convection with laminar pulsating flow in tube // J. Heat mass transfer. 2011. V. 47. P. 197 — 202.

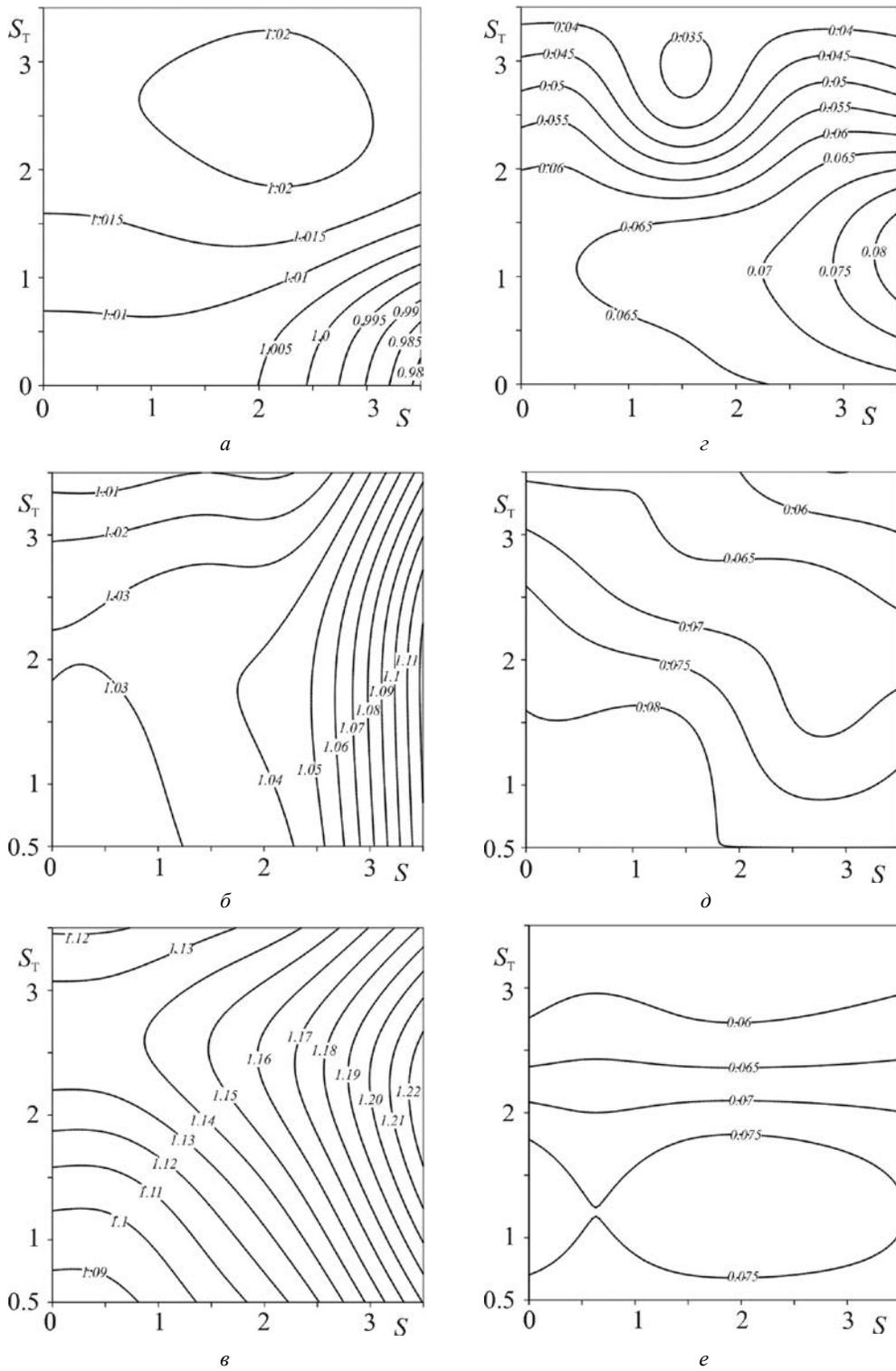


Рис. 8. Изолинии максимального значения \overline{Nu}/Nu_s (a, б, в) и координаты χ (г, д, е), при которых эти значения достигаются:
 а, г — $A = 0,75$; б, д — $A = 1,5$; в, е — $A = 5$

5. **Зигель Р., Перлмутгер М.** Теплоотдача при течении пульсирующего ламинарного потока в канале // Теплопередача. 1962. № 2. С. 18 — 32.
6. **Kita Y., Hayashi T., Hirose K.** Heat transfer in pulsating laminar flow in a pipe (a constant wall temperature) // Bull. JSME. 1982. V. 25. №. 200. P. 217 — 224.
7. **Faghri M., Javdani K., Faghri A.** Heat transfer with laminar pulsating flow in a pipe // Heat and Mass Transfer. 1979. V. 6. P. 259 — 270.
8. **Faghri A., Faghri M., Javdani K.** Effect of flow pulsation on laminar heat-transfer between two parallel plates // Wärme- und Stoffübertragung. 1980. V. 13. P. 97 — 103.
9. **Siegel R.** Influence of Oscillation-Induced Diffusion on Heat Transfer in a Uniformly Heated Channel // Trans. ASME. 1987. V. 109. P. 244 — 247.
10. **Guo Z., Sung H.J.** Analysis of the Nusselt number in pulsating pipe flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 1997. V. 40. N. 10. P. 2486 — 2489.
11. **Yu J.C., Li Z.X., Zhao T.S.** An analytical study of pulsating laminar heat convection in a circular tube with constant heat flux // Int. J. Heat Mass Transfer. 2004. V. 47. P. 5297 — 5301.
12. **Nield D.A., Kuznetsov A.V.** Forced convection with laminar pulsating flow in channel or tube // Int. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 46. P. 551 — 560.
13. **Cho H.W., Hyun J.M.** Numerical solutions of pulsating flow and heat transfer characteristics in a pipe // Int. J. Heat and Fluid Flow. 1990. V. 11. N. 4. P. 321 — 330.
14. **Kim S.Y., Kang B.H., Hyun J.M.** Heat transfer in the thermally developing region of a pulsating channel flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 1993. V. 36. N. 17. P. 4257 — 4266.
15. **Chattopadhyay H., Durst F., Ray S.** Analysis of heat transfer in simultaneously developing pulsating laminar flow in a pipe with constant wall temperature // Int. Com. Heat Mass Transfer. 2006. V. 33. P. 475 — 481.
16. **Nandi T.K., Chattopadhyay H.** Simultaneously developing flow in microchannels under pulsating inlet flow condition // Int. J. Transport Phenomena. 2012. V. 13. P. 111 — 120.
17. **Валуева Е.П., Попов В.Н., Романова С.Ю.** Теплоотдача при ламинарном пульсирующем течении в круглой трубе // Теплоэнергетика. 1993. № 8. С. 47 — 54.
18. **Валуева Е.П., Пурдин М.С.** Гидродинамика и теплообмен пульсирующего ламинарного потока в каналах // Теплоэнергетика. 2015. № 9. С. 24 — 33.
19. **Валуева Е.П., Пурдин М.С.** Пульсирующее ламинарное течение в прямоугольном канале // Теплофизика и аэромеханика. 2015. № 6. С. 761 — 773.

Статья поступила в редакцию 02.06.2016