

УДК 624.042.7

DOI: 10.24160/1993-6982-2017-5-48-56

## Линейно-спектральный метод для дифференцированной модели сейсмического движения грунта

Е.В. Позняк, О.В. Новикова

Линейно-спектральный метод (ЛСМ) является самым распространенным инженерным методом решения задач теории сейсмостойкости. Однако часто считают, что его можно применять только для интегрального сейсмического движения, т. е. когда основание под конструкцией совершает пространственное движение как абсолютно жесткое тело. Цель настоящей статьи — показать возможность применения ЛСМ при дифференцированном сейсмическом движении, когда каждая опорная точка конструкции совершает индивидуальное угловое и поступательное пространственное движение.

Как известно, ЛСМ является квазистатическим модальным методом, при котором переносные инерциальные сейсмические силы задают в виде статической нагрузки, зависящей от ускорения грунта. Поэтому для использования ЛСМ при дифференцированном сейсмическом движении необходимо решить две ключевые задачи: правильно задать переносное движение и определить интенсивность (спектр ответа) пространственного сейсмического движения грунта. Первая задача решается введением матрицы влияния, связывающей перемещения опорных точек и перемещения модели, а вторая — формированием матрицы пространственного изменения интенсивности, задающей вектор ускорений в любой опорной точке. В результате получаются уравнения относительного движения, по форме похожие на уравнения для интегрального движения грунта с переносными сейсмическими силами в правой части.

Приведена краткая теория ЛСМ для дифференцированного движения грунта. Представлено аналитическое решение для пространственной модели (бетонная плита со смещенным центром жесткости на четырех колоннах под двухкомпонентным сейсмическим воздействием) для дифференцированного движения грунта.

*Ключевые слова:* линейно-спектральный метод, сейсмическое движение грунта, пространственное дифференцированное сейсмическое воздействие, матрицы влияния и пространственного изменения ускорений, модальная динамическая реакция.

*Для цитирования:* Позняк Е.В., Новикова О.В. Линейно-спектральный метод для дифференцированной модели сейсмического движения грунта // Вестник МЭИ. 2017. № 5. С. 48—56. DOI: 10.24160/1993-6982-2017-5-48-56.

## Application of the Response Spectrum Method for the Differentiated Seismic Ground Motion Model

E.V. Poznyak, O.V. Novikova

The response spectrum method (RSM) is the most widely used engineering technique for solving problems of seismic stability theory. However, it is often believed that the RSM can only be applied to an integrated seismic motion, i.e., when the soil foundation under the structure makes a spatial motion as a rigid body. The aim of the article to show the possibility of applying the RSM in case of a differentiated seismic ground motion, during which each support point of the structure makes individual translational and angular spatial movements.

As is well known, the RSM is a quasistatic modal method, in which the transport inertial seismic forces are specified in the form of static loads dependent on ground accelerations. Therefore, to use the RSM for a differentiated seismic motion, it is necessary to solve two key problems: (i) the transport motion shall be specified in a correct way, and (ii) the spatial seismic ground motion intensity (spectral accelerations) shall be defined. The first problem is solved by introducing an influence matrix, which correlates the displacements of the support points with the displacements of the model. The second problem is solved by setting up a matrix of spatial variations of intensity, which defines the vector of accelerations at any support point. As a result, we obtain the equations of relative differentiated motion, which are similar in form to the equations for the integrated seismic ground motion involving the transport seismic forces on the right-hand side.

The RSM theory for the case of differentiated ground motion is briefly outlined, and an analytical solution for a spatial model (a concrete slab with a displaced center of gravity resting on four columns and subjected to a two-component seismic load) is given for the case of differentiated ground motion.

*Key words:* response spectrum method, seismic ground motion, spatial differentiated seismic load, influence matrix, spatial acceleration variation matrix, modal dynamic response.

*For citation:* Poznyak E.V., Novikova O.V. Application of the Response Spectrum Method for the Differentiated Seismic Ground Motion Model. MPEI Vestnik. 2017; 5:48—56. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2017-5-48-56.

## Введение

Дифференцированное сейсмическое воздействие — модель сейсмического движения грунта, применяемая для протяженных конструкций на точечных опорах с мягким грунтом в основании. Возможность использования и границы применимости дифференцированного подхода рассмотрены в [1—4]. В настоящее время расчеты на сейсмостойкость с учетом дифференцированного воздействия проводятся во временном пространстве с помощью прямого интегрирования или метода разложения по собственным формам. Они требуют больших вычислительных и временных ресурсов и применяются крайне редко. Значительно более эффективным оказывается решение в частотной области линейным спектральным методом, когда динамическая реакция сооружения может быть вычислена сразу по известным формулам. Напомним, что в дифференцированной модели сейсмического движения каждая опорная точка конструкции перемещается вместе с грунтовым основанием и имеет в самом общем случае шесть степеней свободы (три поступательных и три угловых). Точечное задание кинематического воздействия особенно актуально для протяженных сооружений с дискретными опорами или для конструкций на податливом фундаменте на слабых грунтах.

Линейный спектральный метод представляет собой сочетание метода разложения по собственным формам (модального анализа) и квазистатического подхода, при котором переносные сейсмические силы заменяются на постоянные статические. Переносные силы, приведенные к собственным формам, зависят от спектральных ускорений, которые задают в соответствии со спектром отклика (спектр Био) или в виде произведения постоянной сейсмической интенсивности на спектральный коэффициент динамичности.

Покажем, что для дифференцированного сейсмического движения существует способ приведения уравнений движения к стандартному виду, когда в правой части появляются переносные силы инерции, линейно зависящие от компонентов ускорения грунта. Это означает, что для анализа сейсмостойкости можно применить ЛСМ. Ключевые моменты для дифференцированного движения — правильно задать переносное движение и определить интенсивность пространственного сейсмического движения грунта. Первая задача решается введением матрицы влияния, связывающей перемещения опорных точек и перемещения модели, а вторая — выбором точки привязки и формированием матрицы пространственного изменения интенсивности.

Рассмотрим простой пример применения ЛСМ к дифференцированной сейсмической нагрузке. Рассчитаем внутренние усилия для бетонной плиты со смещенным центром жесткости на четырех колоннах под двухкомпонентным сейсмическим воздействием.

## Параметры дифференцированного сейсмического движения грунта для решения в частотной области

Введем понятия интенсивности, опасных направлений и коэффициентов динамичности (КД) дифференцированного движения грунта, заданного перемещениями опорных точек.

### Интенсивность и опасные направления дифференцированного сейсмического движения грунта

Пусть конструкция имеет  $p$  опорных точек, связанных с основанием. Движение  $i$ -й точки с координатой зададим векторами абсолютных (заданных в неподвижной системе координат) перемещений, скоростей и ускорений:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} X_{1i}^0 & X_{2i}^0 & X_{3i}^0 \end{pmatrix}^T; \\ \dot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \dot{X}_{1i}^0 & \dot{X}_{2i}^0 & \dot{X}_{3i}^0 \end{pmatrix}^T; \\ \ddot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \ddot{X}_{1i}^0 & \ddot{X}_{2i}^0 & \ddot{X}_{3i}^0 \end{pmatrix}^T \quad (i = 1, \dots, p). \end{aligned}$$

При прохождении сейсмических волн грунт совершает угловые движения (ротации). В каждой опорной точке введем векторы углов поворота относительно трех неподвижных осей, а также векторы угловых скоростей и ускорений:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1i}^0 & \alpha_{2i}^0 & \alpha_{3i}^0 \end{pmatrix}^T; \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \dot{\alpha}_{1i}^0 & \dot{\alpha}_{2i}^0 & \dot{\alpha}_{3i}^0 \end{pmatrix}^T; \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \ddot{\alpha}_{1i}^0 & \ddot{\alpha}_{2i}^0 & \ddot{\alpha}_{3i}^0 \end{pmatrix}^T \quad (i = 1, \dots, p). \end{aligned}$$

Ротации в точке можно определить по формулам Ньюмарка [5] или по методу Ю.П. Назарова [1, 2, 6, 7] в виде трехмерных ротационных акселерограмм.

Таким образом, движение  $i$ -й опорной точки полностью описывается шестикомпонентными векторами

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i^0 & \boldsymbol{\alpha}_i^0 \end{pmatrix}^T; \\ \dot{\mathbf{q}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}}_i^0 & \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0 \end{pmatrix}^T; \\ \ddot{\mathbf{q}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) &= \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_i^0 & \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0 \end{pmatrix}^T \quad (i = 1, \dots, p). \end{aligned} \quad (1)$$

Интенсивность поступательного воздействия в  $i$ -й точке определяется модулем вектора ускорения поступательного движения  $\ddot{\mathbf{X}}_i^0$ , инварианта относительно положения системы координат

$$|\ddot{\mathbf{X}}_i^0| = \sqrt{(\ddot{X}_{1i}^0)^2 + (\ddot{X}_{2i}^0)^2 + (\ddot{X}_{3i}^0)^2}.$$

Вектор ускорений в опорной точке представляет собой произведение модуля вектора воздействия на вектор направляющих косинусов

$$\ddot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = \left| \ddot{\mathbf{X}}_i^0 \right| \mathbf{v}_i^X(t).$$

Координаты вектора направляющих косинусов поступательного движения  $\mathbf{v}_i^X(t) = (v_{1i}^X \ v_{2i}^X \ v_{3i}^X)^T$  следующие:

$$v_{1i}^X = \frac{\dot{X}_{1i}^0}{\left| \dot{\mathbf{X}}_i^0 \right|}; \quad v_{2i}^X = \frac{\dot{X}_{2i}^0}{\left| \dot{\mathbf{X}}_i^0 \right|}; \quad v_{3i}^X = \frac{\dot{X}_{3i}^0}{\left| \dot{\mathbf{X}}_i^0 \right|},$$

причем выполняется условие нормировки

$$(v_{1i}^X)^2 + (v_{2i}^X)^2 + (v_{3i}^X)^2 = 1.$$

Аналогичное представление для вектора угловых ускорений

$$\ddot{\mathbf{a}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = \left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right| \mathbf{v}_i^\alpha(t) = I_i^\alpha \mathbf{v}_i^\alpha(t),$$

где модуль вектора углового движения в точке

$$\left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right| = \sqrt{(\ddot{\alpha}_{1i}^0)^2 + (\ddot{\alpha}_{2i}^0)^2 + (\ddot{\alpha}_{3i}^0)^2}.$$

Вектор направляющих косинусов углового движения  $\mathbf{v}_i^\alpha(t) = (v_{1i}^\alpha \ v_{2i}^\alpha \ v_{3i}^\alpha)^T$  имеет координаты

$$v_{1i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{1i}^0}{\left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right|}; \quad v_{2i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{2i}^0}{\left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right|}; \quad v_{3i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{3i}^0}{\left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right|};$$

$$(v_{1i}^\alpha)^2 + (v_{2i}^\alpha)^2 + (v_{3i}^\alpha)^2 = 1.$$

Примем  $I_i^X = \max \left| \dot{\mathbf{X}}_i^0 \right|$ ,  $I_i^\alpha = \max \left| \ddot{\mathbf{a}}_i^0 \right|$  за интенсивность поступательного и ротационного движения в  $i$ -й точке.

Шестикомпонентный вектор ускорений грунта (1) в  $i$ -й точке выразим через интенсивность поступательного движения  $I_i^X$ , применив подход, изложенный в [1, 3]:

$$\ddot{\mathbf{q}}_i^0 = I_i^X \mathbf{v}_i(t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}_i(t)$  — вектор, объединяющий векторы направляющих косинусов  $\mathbf{v}_i^X$  и  $\mathbf{v}_i^\alpha$  в единый вектор направления сейсмического воздействия,

$$\mathbf{v}_i(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_i^X \\ w_i \mathbf{v}_i^\alpha \end{pmatrix};$$

$w_i = I_i^\alpha / I_i^X$  — относительная интенсивность углового ускорения в  $i$ -й точке.

В [3] предложен следующий способ задания полей перемещений и ускорений точек грунта. Для описания кинематики всего поля грунтового движения выберем одну из опорных точек в качестве начальной (точку привязки). Пусть ею будет первая опорная точка с векторами перемещений  $\mathbf{q}_1^0$  и ускорений  $\ddot{\mathbf{q}}_1^0$ . В точке привязки выразим вектор ускорений (2) через интенсивность поступательного движения  $I = I_1^X$  и вектор направляющих косинусов  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1(t)$

$$\ddot{\mathbf{q}}_1^0(t, x_1, x_2, x_3) = I \mathbf{v}_1(t).$$

Для описания полей ускорений введем скалярные функции координат и времени, задающие пространственное изменение поля ускорений по отношению к точке привязки [3]. Для  $i$ -й опорной точки, координаты которой заданы вектором  $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$ ,

$$T_{1i} = T_1(t, \mathbf{r}_i) = \dot{X}_{1i}^0 / \dot{X}_{11}^0;$$

$$T_{2i} = T_2(t, \mathbf{r}_i) = \dot{X}_{2i}^0 / \dot{X}_{21}^0;$$

$$T_{3i} = T_3(t, \mathbf{r}_i) = \dot{X}_{3i}^0 / \dot{X}_{31}^0;$$

$$T_{4i} = T_4(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{1i}^0 / \ddot{\alpha}_{11}^0;$$

$$T_{5i} = T_5(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{2i}^0 / \ddot{\alpha}_{21}^0;$$

$$T_{6i} = T_6(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{3i}^0 / \ddot{\alpha}_{31}^0.$$

Функции  $T$  зависят от типа, направления и длин сейсмических волн. Из них сформируем  $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]} = \mathbf{T}_i(t, \mathbf{r}_i) = \text{diag}(T_{1i}, T_{2i}, \dots, T_{6i})$  — матрицу функций изменения поля ускорений в  $i$ -й опоре. Матрица  $\mathbf{T}_i$  применяется для задания шестимерного вектора ускорений в  $i$ -й опорной точке

$$\ddot{\mathbf{q}}_i^0(t) = \mathbf{T}_i(t, \mathbf{r}_i) \ddot{\mathbf{q}}_1^0(t) = \mathbf{T}_i(t, \mathbf{r}_i) \mathbf{v}_1(t).$$

Полный  $6p$ -мерный вектор ускорений во всех опорных точках:

$$\ddot{\mathbf{q}}^0(t) = (\ddot{\mathbf{q}}_1^0 \ \ddot{\mathbf{q}}_2^0 \ \dots \ \ddot{\mathbf{q}}_p^0)^T$$

также выражается через нормативную интенсивность, матрицу пространственного изменения поля ускорений  $\mathbf{T}^{[6p \times 6]}$  и вектор направляющих косинусов сейсмического воздействия в точке привязки:

$$\ddot{\mathbf{q}}^0(t) = \mathbf{T}(t, \mathbf{r}) \ddot{\mathbf{q}}_1^0(t) = \mathbf{T}(t, \mathbf{r}) \mathbf{v}_1(t). \quad (3)$$

Матрица  $\mathbf{T}^{[6p \times 6]}$  составлена из блоков  $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]}$  и зависит от времени и координат всех опорных точек:

$$\mathbf{T}(t, \mathbf{r}) = (\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_p)^T; \quad \mathbf{r} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_p).$$

В квазистатической постановке вектор  $\ddot{\mathbf{q}}^0$  не зависит от времени, поэтому вектор  $\mathbf{v}_1$  будем считать соответствующим известному заданному направлению, а элементы матрицы  $\mathbf{T}$  определим как отношение постоянных ускорений в каждой из опорных точек и в точке привязки. В  $i$ -й опорной точке с координатами  $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$

$$T_{1i} = T_1(\mathbf{r}_i) = \dot{X}_{1i}^0 / \dot{X}_{11}^0;$$

$$T_{2i} = T_2(\mathbf{r}_i) = \dot{X}_{2i}^0 / \dot{X}_{21}^0;$$

$$T_{3i} = T_3(\mathbf{r}_i) = \dot{X}_{3i}^0 / \dot{X}_{31}^0;$$

$$T_{4i} = T_4(\mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{1i}^0 / \ddot{\alpha}_{11}^0;$$

$$T_{5i} = T_5(\mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{2i}^0 / \ddot{\alpha}_{21}^0;$$

$$T_{6i} = T_6(\mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{3i}^0 / \ddot{\alpha}_{31}^0.$$

Из функций  $T$  сформируем матрицу функций пространственного изменения ускорений в  $i$ -й опоре  $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]} = \text{diag}(T_{1i}, T_{2i}, \dots, T_{6i})$ . Тогда вектор ускорений в  $i$ -й опорной точке  $\ddot{\mathbf{q}}_i^0 = \mathbf{T}_i \ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \mathbf{T}_i \mathbf{v}_1 = \text{const}$ . Полный  $6p$ -мерный вектор ускорений  $\ddot{\mathbf{q}}^0$  не будет зависеть ни от времени, ни от координат:

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{T} \ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \mathbf{T} \mathbf{v}_1 = \text{const};$$

$$\mathbf{T}^{[6p \times 6]} = (\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_p)^T.$$

Матрица  $\mathbf{T}$  не только задает пространственное изменение интенсивности, но и формирует ориентацию статического пространственного сейсмического воздействия в различных точках. Покажем это на примере: пусть конструкция имеет четыре опорные точки, движение грунта поступательное горизонтальное. В каждой опорной точке зададим свой вектор сейсмического ускорения (рис. 1, а)

$$\ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}}_2^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}}_3^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}}_4^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Найдем элементы матрицы  $\mathbf{T}$  (точки 1 — 4):

$$T_{11} = \ddot{X}_{11}^0 / \ddot{X}_{11}^0 = 1; \quad T_{21} = \ddot{X}_{21}^0 / \ddot{X}_{21}^0 = 1;$$

$$T_{12} = \ddot{X}_{12}^0 / \ddot{X}_{11}^0 = (-1)/1 = -1;$$

$$T_{22} = \ddot{X}_{22}^0 / \ddot{X}_{21}^0 = (-1)/(-1) = 1;$$

$$T_{13} = \ddot{X}_{13}^0 / \ddot{X}_{11}^0 = (-1)/1 = -1;$$

$$T_{23} = \ddot{X}_{23}^0 / \ddot{X}_{21}^0 = 1/(-1) = -1;$$

$$T_{14} = \ddot{X}_{14}^0 / \ddot{X}_{11}^0 = 1/1 = 1;$$

$$T_{24} = \ddot{X}_{24}^0 / \ddot{X}_{21}^0 = 1/(-1) = -1.$$

Матрица  $\mathbf{T}$  и вектор направляющих косинусов в первой точке:

$$\mathbf{T}^{[8 \times 2]} = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)^T;$$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$

интенсивность воздействия в первой точке (и во всех остальных)  $I = \sqrt{2} \text{ м/с}^2$ , полный вектор ускорений в опорных точках

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{T} \ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \mathbf{T} \mathbf{v}_1;$$

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = (1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)^T.$$

Если волна имеет плоский фронт (рис. 1, б), направления воздействия в каждой опоре будут такими же, как в точке привязки, и матрица  $\mathbf{T}$  будет состоять из единичных блоков.

**Коэффициенты динамичности для дифференцированной модели**

Коэффициенты динамичности определяются в каждой опорной точке по акселерограммам поступательного и углового движения, т. е. по компонентам вектора  $\ddot{\mathbf{q}}_i^0(t)$  (1). Движению  $i$ -й опорной точки соответствует шестикомпонентный вектор спектральных коэффициентов динамичности

$$\beta_i(\Omega) = (\beta_{1i} \quad \beta_{2i} \quad \beta_{3i} \quad \beta_{4i} \quad \beta_{5i} \quad \beta_{6i})^T.$$

В первой опорной точке (в точке привязки) вектор спектральных коэффициентов динамичности

$$\beta_1(\Omega) = (\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \beta_5 \quad \beta_6)^T. \quad (4)$$

Для описания пространственного изменения спектрального состава воздействия относительно точки привязки в [6] предлагается ввести функции  $\Theta_{ji}$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$  — номер компоненты вектора ускорений  $\ddot{\mathbf{q}}_i^0$ ;  $i = 1, \dots, p$ ). В каждой  $i$ -й опорной точке с координатами  $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$  будут свои коэффициенты динамичности:

$$\beta_{1i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_1(\Omega) \Theta_{1i}(\Omega, \mathbf{r}_i);$$

$$\beta_{2i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_2(\Omega) \Theta_{2i}(\Omega, \mathbf{r}_i);$$

$$\beta_{3i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_3(\Omega) \Theta_{3i}(\Omega, \mathbf{r}_i);$$

$$\beta_{4i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_4(\Omega) \Theta_{4i}(\Omega, \mathbf{r}_i);$$

$$\beta_{5i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_5(\Omega) \Theta_{5i}(\Omega, \mathbf{r}_i);$$

$$\beta_{6i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_6(\Omega) \Theta_{6i}(\Omega, \mathbf{r}_i),$$

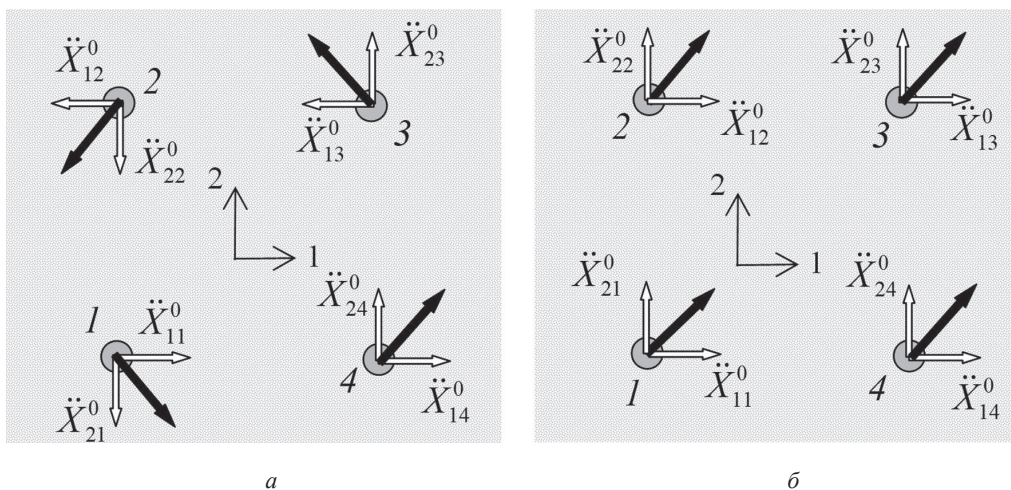


Рис. 1. Направления дифференцированного сейсмического воздействия, черные стрелки показывают направление движения грунта

в векторном виде

$$\beta_i(\Omega, \mathbf{r}_i) = \Theta_i(\Omega, \mathbf{r}_i) \beta_1(\Omega),$$

где  $\Theta_i^{[6 \times 6]} = \text{diag}(\Theta_{1i}, \dots, \Theta_{6i})$  — матрица функций пространственного изменения КД относительно точки привязки. Функции пространственного изменения спектра воздействия  $\Theta_{ji}$  учитывают эффекты рассеяния волн коротковолновой части спектра и определяется экспериментально путем анализа функции когерентности [8].

Совокупность коэффициентов динамичности во всех опорных точках задается вектором  $\beta$ :

$$\beta^{[6p]} = \beta(\Omega) = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T.$$

Введем блочную матрицу функций изменения спектрального состава  $\Theta^{[6p \times 6]} = \Theta(\Omega, \mathbf{r}) = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_p)^T$ , где  $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_p)$ , тогда вектор коэффициентов динамичности во всех опорных точках выражается через вектор динамических коэффициентов в точке привязки  $\beta_1^{[6]}$  (4):

$$\beta = \Theta \beta_1.$$

Если спектральный состав воздействия не меняется в зависимости от пространственной координаты, то  $\Theta_i^{[6p \times 6]}$  — единичные матрицы,  $i = 1, \dots, p$ .

### Уравнения абсолютного и относительного движения при дифференцированном воздействии. Матрица влияния

Движение грунта передается на конструкцию через опорные точки или элементы и является причиной ее вынужденных колебаний. Обобщенные переменные, описывающие колебательный процесс динамической системы, могут быть абсолютными  $\mathbf{q}_{abs}$ , т. е. задавать движение в неподвижной (неинерциальной) системе координат, и относительными  $\mathbf{q}$ , если система координат подвижна (инерциальная). Подвижная система координат совершает переносное движение относительно неподвижных осей  $\mathbf{q}_{tr}$ . Рассмотрим абсолютное движение диссипативной системы с  $n$  степенями свободы под многомерным кинематическим воздействием. Поскольку упругие восстанавливающие силы и силы вязкого сопротивления совершают работу на относительных перемещениях и скоростях, в уравнении движения появляются обобщенные силы, зависящие от перемещений грунта:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{abs} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}_{abs} + \mathbf{K}\mathbf{q}_{abs} = -\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 - \mathbf{B}_s\dot{\mathbf{q}}^0, \quad (5)$$

где  $\mathbf{M}^{[n \times n]}$ ,  $\mathbf{B}^{[n \times n]}$ ,  $\mathbf{K}^{[n \times n]}$  — матрицы инерции, демпфирования и жесткости конструкции;  $\mathbf{K}_s^{[n \times 6p]}$ ,  $\mathbf{B}_s^{[n \times 6p]}$  — матрицы жесткости и демпфирования системы опорных элементов;  $\mathbf{q}^{0[6p]}$  — вектор опорных перемещений.

Перейдем к уравнениям относительного движения. Для системы с  $n$  степенями свободы переносное дви-

жение определим как перемещения  $\mathbf{q}_{tr}^{[n]}$ , возникающие в конструкции от статических опорных перемещений  $\mathbf{q}^0$ . Таким образом, вектор абсолютных обобщенных координат  $\mathbf{q}_{abs}$  есть сумма векторов относительных обобщенных координат  $\mathbf{q}$  и переносного движения  $\mathbf{q}_{tr}$ :

$$\mathbf{q}_{abs} = \mathbf{q} + \mathbf{q}_{tr}. \quad (6)$$

Из условия равновесия конструкции в опорных точках следует, что опорные реакции  $\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 + \mathbf{B}_s\dot{\mathbf{q}}^0$  уравновешены силами, возникающими в опорных элементах конструкции ( $\dot{\mathbf{q}}_{tr}^{[n]}$  — вектор переносных скоростей):

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}_{tr} + \mathbf{B}_s\dot{\mathbf{q}}^0 = 0. \quad (7)$$

При подстановке (6) в уравнение (5) с учетом (7) получим уравнения движения в относительных координатах

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{tr}. \quad (8)$$

Допустим, внутреннее демпфирование в конструкции мало:

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 \gg \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}_{tr} + \mathbf{B}_s\dot{\mathbf{q}}^0,$$

тогда

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 = 0,$$

откуда следует определение вектора переносного движения через матрицу податливости системы  $\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-1}$ :

$$\mathbf{q}_{tr} = -\mathbf{F}\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0. \quad (9)$$

С учетом (9) уравнение (8) примет вид

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{M}\mathbf{F}\mathbf{K}_s\ddot{\mathbf{q}}^0.$$

Введем матрицу влияния в виде  $\mathbf{F}_s = -\mathbf{F}\mathbf{K}_s$ , тогда уравнение движения в относительных координатах

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}\mathbf{F}_s\ddot{\mathbf{q}}^0.$$

Практически для вычисления матрицы влияния  $\mathbf{F}_s$  решают  $6p$  статических задач, в ходе которых определяется вектор перемещений системы на единичное смещение (осадку) каждой из опор. Таким образом,  $i$ -й столбец матрицы влияния  $\mathbf{F}_s$  — это  $n$  обобщенных перемещений системы от единичного  $i$ -го компонента вектора  $\mathbf{q}^0$ .

Введем матрицу переносных инерционных коэффициентов для дифференцированного воздействия

$$\mathbf{M}_s^{[n \times 6p]} = \mathbf{M}\mathbf{F}_s = -\mathbf{M}\mathbf{F}\mathbf{K}_s.$$

В этих обозначениях уравнение (8) примет такой же вид, как в относительном движении при обычном интегральном воздействии:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}^0. \quad (10)$$

В уравнениях движения (10) появляются переносные инерционные сейсмические силы, зависящие от

ускорений точек грунта, следовательно, параметры динамической реакции будут выражаться через интенсивность.

Заметим, что  $\max|\dot{\mathbf{q}}^0| \gg \max|\mathbf{q}^0|$ , следовательно, из (9)  $\max|\mathbf{q}| \gg \max|\mathbf{q}_{tr}$ . Это означает, что усилия от переносного движения  $\mathbf{S}_{tr} = \mathbf{K}\mathbf{q}_{tr}$  в деформированной системе будут малы по сравнению с динамическими усилиями в относительном движении  $\mathbf{S} = \mathbf{K}\mathbf{q}$ :  $\max|\mathbf{S}| \gg \max|\mathbf{S}_{tr}|$ .

В особых случаях, например в эпицентральных зонах при сильных землетрясениях (более 9 баллов), перемещения грунта и соответствующие им деформации конструкции могут быть настолько велики, что потребуется учет усилий в деформированной схеме. Такие расчеты должны опираться на результаты детального сейсмического районирования, чтобы максимально правдоподобно задать величины и направления вектора  $\mathbf{q}^0$ .

### Применение линейно-спектрального метода

Уравнение относительного движения в форме (10) позволяет применить теорию ЛСМ к дифференцированному воздействию. Вектор ускорений в опорных точках (3) примем постоянным:

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{\Gamma}(\mathbf{r})\mathbf{v}_1 = \text{const.} \quad (11)$$

Принимая во внимание (11) и форму записи переносных сейсмических сил в (10), запишем стандартную формулу для модального внутреннего усилия [9], действующего вдоль  $i$ -й обобщенной координаты по  $k$ -й форме колебаний для случая дифференцированного воздействия в виде

$$S_{ik} = \beta_k \mathbf{I} \mathbf{m}_i \frac{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s}{M_{\text{mod},k}} \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_1, \quad (12)$$

где  $\beta_k$  — модальный коэффициент динамичности, соответствующий  $k$ -й собственной частоте;  $I = I_1^X$  — интенсивность поступательного движения в точке привязки;  $\mathbf{m}_i^{[n]}$  —  $i$ -я строка матрицы инерции  $\mathbf{M}$ ;  $\mathbf{v}_k^{[n]}$  — вектор-столбец  $k$ -й собственной формы колебаний;  $M_{\text{mod},k}$  — модальная масса  $k$ -й собственной формы;  $\mathbf{M}_s^{[n \times 6p]}$  — матрица переносных инерционных коэффициентов для дифференцированного воздействия;  $\mathbf{\Gamma}^{[6p \times 6]}$  — матрица функций пространственного изменения ускорений;  $\mathbf{v}_1^{[6]}$  — вектор направляющих косинусов воздействия в точке привязки.

В прикладных сейсмических расчетах за модальный коэффициент динамичности  $\beta_k$  принимают максимальный элемент вектора  $\beta(\Omega_k)$  [10]:  $\beta_k = \max(\beta(\Omega_k))$ , где  $\Omega_k$  — собственная частота  $k$ -й формы колебаний.

Дадим несколько определений, привычных для интегрального воздействия, но новых для дифференцированного.

Коэффициент участия  $k$ -й собственной формы колебаний — скалярная величина  $\Gamma_k = \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_1$ , следовательно,

$$S_{ik} = \beta_k I \frac{\Gamma_k}{M_{\text{mod},k}} \mathbf{m}_i \mathbf{v}_k.$$

Вектор коэффициентов формы колебаний  $\boldsymbol{\eta}_k^{[n]}$  для дифференцированного воздействия примет вид

$$\boldsymbol{\eta}_k = \frac{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_1}{M_{\text{mod},k}} = \frac{\Gamma_k}{M_{\text{mod},k}} \mathbf{v}_k,$$

тогда

$$S_{ik} = \beta_k \mathbf{I} \mathbf{m}_i \boldsymbol{\eta}_k.$$

Вектор модальных усилий, соответствующий  $k$ -й собственной форме, состоит из элементов  $S_{ik}$ :

$$\mathbf{S}_k = \beta_k \mathbf{I} \mathbf{M} \boldsymbol{\eta}_k.$$

Модальные перемещения по  $k$ -й собственной форме в исходном базисе

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{S}_k = \beta_k \mathbf{I} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M} \boldsymbol{\eta}_k = \beta_k I \frac{1}{\Omega_k^2} \boldsymbol{\eta}_k.$$

Направление дифференцированного сейсмического воздействия зададим вектором  $\mathbf{v}_1$  — направляющими косинусами в точке привязки. При условии, что рассматривается только поступательное движение грунта, а проходящая сейсмическая волна плоская, подход, изложенный для интегрального воздействия в [1, 9], вполне годится для задания опасных направлений при дифференцированном воздействии. В особых случаях, при необходимости анализа реакции расчетной динамической модели (РДМ) на разнонаправленное движение грунта (см. рис. 1, а), потребуется сформировать соответствующую матрицу  $\mathbf{T}$ .

**Пример.** Рассмотрим квадратную бетонную плиту на четырех стальных угловых колоннах кольцевого сечения. Дифференцированное сейсмическое воздействие зададим горизонтальными поступательными перемещениями и ускорениями опор:

$$\mathbf{q}^0 = (X_{11}^0 \ X_{21}^0 \ X_{12}^0 \ X_{22}^0 \ X_{13}^0 \ X_{23}^0 \ X_{14}^0 \ X_{24}^0)^T; \quad (13)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = (\ddot{X}_{11}^0 \ \ddot{X}_{21}^0 \ \ddot{X}_{12}^0 \ \ddot{X}_{22}^0 \ \ddot{X}_{13}^0 \ \ddot{X}_{23}^0 \ \ddot{X}_{14}^0 \ \ddot{X}_{24}^0)^T.$$

Введем абсолютные обобщенные координаты (рис. 2), описывающие движение центра жесткости плиты  $O$ : линейные перемещения  $X_{1abs}, X_{2abs}$  вдоль неподвижных осей  $O_1, O_2$  и угловое  $\varphi_{abs}$  в горизонтальной плоскости относительно точки  $O$ :

$$\mathbf{q}_{abs} = (X_{1abs} \ X_{2abs} \ \varphi_{abs})^T.$$

Определим матрицу жесткости опорных элементов. Суммарные поперечные силы в направлениях  $O_1, O_2$  равны (учитываем, что точка  $O$  — центр жесткости):

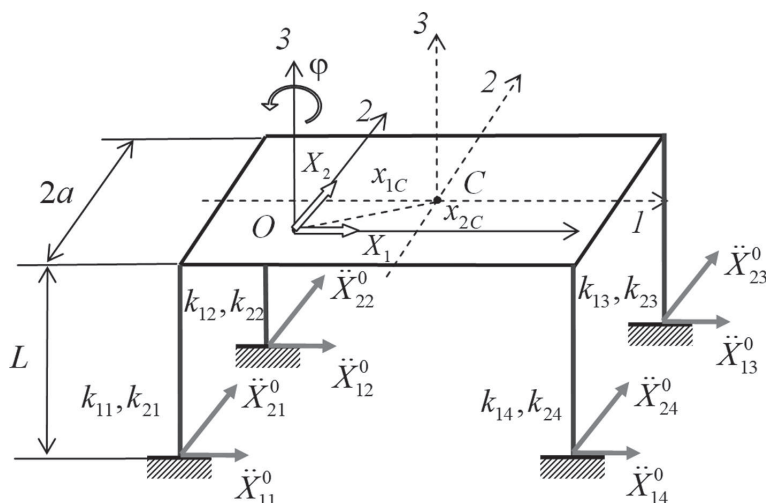


Рис. 2. Пространственная расчетно-динамическая модель

$$Q_1 = \sum_{i=1}^4 Q_{1i} = \sum_{i=1}^4 k_{1i} (X_{1i} - X_{1i}^0) = K_1 X_{1abs} - \sum_{i=1}^4 k_{1i} X_{1i}^0;$$

$$Q_2 = \sum_{i=1}^4 Q_{2i} = \sum_{i=1}^4 k_{2i} (X_{2i} - X_{2i}^0) = K_2 X_{2abs} - \sum_{i=1}^4 k_{2i} X_{2i}^0,$$

здесь  $X_{1i}$ ,  $X_{2i}$  — абсолютные перемещения верхних торцов  $i$ -й стойки в направлениях  $O_1$ ,  $O_2$ ;  $K_1 = \sum_{i=1}^4 k_{1i}$ ,  $K_2 = \sum_{i=1}^4 k_{2i}$  — общие жесткости перекрытия в направ-

лениях  $O_1$ ,  $O_2$ , причем  $k_{12} = k_{14} = k_{21} = k_{22} = k_{24} = 12EI/L^3$ ,  $k_{13} = k_{23} = 0,8(12EI/L^3)$ ;  $EI$  — изгибная жесткость стойки.

Момент от поперечных сил относительно вертикальной оси  $O_3$

$$L_3 = \sum_{i=1}^4 (Q_{2i} x_{1i} - Q_{1i} x_{2i}) = \sum_{i=1}^4 k_{2i} x_{1i} (X_{2i} - X_{2i}^0) - \sum_{i=1}^4 k_{1i} x_{2i} (X_{1i} - X_{1i}^0),$$

где  $x_{1i}$ ,  $x_{2i}$  — координаты  $i$ -й стойки в осях плоскости  $O_{12}$  (длина стороны квадратной плиты равна  $2a$ );

$$(x_{11}, x_{21}) = (-a + x_{1c}, -a + x_{2c});$$

$$(x_{12}, x_{22}) = (-a + x_{1c}, a + x_{2c});$$

$$(x_{13}, x_{23}) = (a + x_{1c}, a + x_{2c});$$

$$(x_{14}, x_{24}) = (a + x_{1c}, -a + x_{2c}).$$

Перемещения  $i$ -й стойки с координатами при повороте на малый угол  $\varphi_{abc}$  следующие:  $X_{1i} = -\varphi_{abc} x_{2i}$ ,  $X_{2i} = \varphi_{abc} x_{1i}$ . После подстановки перемещений в формулу для  $L_3$  получим

$$L_3 = \left( \sum_{i=1}^N k_{2i} x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^N k_{1i} x_{2i}^2 \right) \varphi_{abc} - \left( \sum_{i=1}^N k_{2i} x_{1i} X_{2i}^0 - \sum_{i=1}^N k_{1i} x_{2i} X_{1i}^0 \right) = K_3 \varphi_{abc} - \left( \sum_{i=1}^N k_{2i} x_{1i} X_{2i}^0 - \sum_{i=1}^N k_{1i} x_{2i} X_{1i}^0 \right),$$

где  $K_3 = \sum_{i=1}^N k_{i2} x_{i1}^2 + \sum_{i=1}^N k_{i1} x_{i2}^2$  — общая угловая жесткость перекрытия.

Суммируя силы инерции и упругие силы и анализируя сумму моментов относительно вертикальной оси, запишем уравнения абсолютного движения относительно вектора обобщенных координат  $\mathbf{q}_{abc}$ :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_{abc} + \mathbf{K} \mathbf{q}_{abc} = -\mathbf{K}_s \mathbf{q}^0,$$

где  $\mathbf{K} = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$  — матрица жесткости;  $\mathbf{q}^0$  — вектор опорных перемещений (13);  $\mathbf{K}_s$  — матрица жесткости системы опорных элементов,

$$\mathbf{K}_s = - \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & k_{12} & 0 & k_{13} & 0 & k_{14} & 0 \\ 0 & k_{21} & 0 & k_{22} & 0 & k_{23} & 0 & k_{24} \\ k_{11} x_{21} & -k_{21} x_{11} & k_{12} x_{22} & -k_{22} x_{12} & k_{13} x_{23} & -k_{23} x_{13} & k_{14} x_{24} & -k_{24} x_{14} \end{pmatrix}.$$

Уравнения относительного движения имеют вид

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = -\mathbf{M} \mathbf{F}_s \ddot{\mathbf{q}}^0,$$

где матрица влияния  $\mathbf{F}_s = -\mathbf{F} \mathbf{K}_s = -\mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_s$ .

Рассмотрим квадратную бетонную плиту размером  $6 \times 6$  м толщиной 0,3 м на четырех стальных колоннах кольцевого сечения (внешний диаметр 0,3 м, внутренний — 0,28 м) высотой 3 м. Одна из колонн имеет пониженную по сравнению с остальными жесткость с коэффициентом 0,8. Коэффициенты жесткости  $k_{11} = k_{12} = k_{14} = k_{21} = k_{22} = k_{24} = 8,524 \cdot 10^6$  Н/м,  $k_{13} = k_{23} = 6,819 \cdot 10^6$  Н/м. Координаты центра жесткости  $x_{1c} = x_{2c} = -0,1579$  м (расчетные формулы см. в [9, 10]). Матрицы инерции, жесткости и переходных инерционных коэффициентов:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2,7 \cdot 10^4 \text{ кг} & 0 & 4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\ 0 & 2,7 \cdot 10^4 \text{ кг} & -4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\ 4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 & -4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 & 1,6 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 32,398 \cdot 10^6 \text{ Н/м} & 0 & 0 \\ 0 & 32,398 \cdot 10^6 \text{ Н/м} & 0 \\ 0 & 0 & 581,392 \cdot 10^6 \text{ Нм} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{M}_s = \begin{pmatrix} 2,7 \cdot 10^4 \text{ кг} & 0 \\ 0 & 2,7 \cdot 10^4 \text{ кг} \\ 4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м} & -4,3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м} \end{pmatrix}.$$

Для моделирования плоской сейсмической волны примем следующие модальные направления сейсмического воздействия:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= (-0,7053 \ 0 \ 0,7089)^T; \\ \mathbf{v}_2 &= (0,7204 \ 0,6935)^T; \\ \mathbf{v}_3 &= (0,5800 \ -0,8146)^T; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{T}^{[8 \times 2]} = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^T,$$

а также проанализируем реакцию при разнонаправленном движении грунта (см. рис. 1, а).

Модальные усилия по трем формам, соответствующие направлениям (14), вычислим по формуле (12)

$$\mathbf{S}_{\text{diff}} = \begin{pmatrix} -68,709 \text{ кН} & | & 67,338 \text{ кН} & | & -0,242 \text{ кН} \\ 68,709 \text{ кН} & | & 67,338 \text{ кН} & | & 0,242 \text{ кН} \\ -32,524 \text{ кНм} & | & 0 & | & 18,387 \text{ кНм} \\ \hline 1 \text{ форма} & | & 2 \text{ форма} & | & 3 \text{ форма} \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим случай разнонаправленного движения опор (см. рис. 1, а):

$$\mathbf{T}^{[8 \times 2]} = \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)^T;$$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Соответствующие модальные усилия

$$\mathbf{S}_{\text{diff1}} = \begin{pmatrix} -9,205 \text{ кН} & | & -9,214 \text{ кН} & | & 1,769 \text{ кН} \\ -9,205 \text{ кН} & | & -9,214 \text{ кН} & | & 1,769 \text{ кН} \\ -4,357 \text{ кНм} & | & 0 & | & -134,160 \text{ кНм} \\ \hline 1 \text{ форма} & | & 2 \text{ форма} & | & 3 \text{ форма} \end{pmatrix}.$$

Видно, что при «круговом» движении опор наибольшая нагрузка приходится на угловое перемещение. Заметим, что моделирование такой ситуации невозможно в рамках интегральной модели сейсмического воздействия.

## Заключение

Итак, линейно-спектральный метод подходит для анализа дифференцированного пространственного движения грунта. Результаты подтверждены простой расчетной схемой с очевидными результатами. Однако

опыт разработки программных комплексов для применения ЛСМ в случае дифференцированного движения в лаборатории автоматизации и проектирования ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко показал, что для систем с большим числом степеней свободы неизбежно приходится решать ряд сопутствующих задач. Они связаны с расчетом громоздкой матрицы влияния, с определением количества значимых форм и соответствующих им пространственных опасных направлений сейсмического воздействия. Опасные направления не всегда задают плоский фронт волны, а могут повторять пространственную конфигурацию основания, деформированного по определенной форме колебаний. Эта область теории сейсмостойкости еще ждет эффективных практических решений.

## Литература

1. Назаров Ю.П. Аналитические основы расчета сооружений на сейсмические воздействия. М.: Наука, 2010.
2. Ньюмарк Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства. М.: Стройиздат, 1980.
3. Назаров Ю.П., Позняк Е.В., Филимонов А.В. Анализ вида волновой модели и получение расчетных параметров сейсмического воздействия для высотного здания // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 5. С. 40—45.
4. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Оценка ротационных компонент сейсмического движения грунта // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2015. № 6. С. 22—26.
5. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V., Filimonov A.V. A Brief Theory and Computing of Seismic Ground Rotations for Structural Analyses // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2015. V. 71. Pp. 31—41.
6. Назаров Ю.П. Расчетные параметры волновых полей сейсмических движений грунта. М.: Наука, 2015.
7. Позняк Е.В. О связи уравнений относительного и абсолютного движения при дифференцированном сейсмическом воздействии // Вестник МЭИ. 2017. № 1. С. 31—37.
8. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. О пространственной изменчивости сейсмических движений грунта при расчете сооружений // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2014. № 5. С. 17—20.
9. Позняк Е.В. Основы теории сейсмостойкости строительных конструкций. М.: Изд-во МЭИ, 2016.
10. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Определение коэффициента динамичности в расчетах на сейсмостойкость [Электрон. ресурс] <http://www.nso-journal.ru> (дата обращения 25.07.2017)

## References

1. Nazarov Yu.P. Analiticheskie Osnovy Rascheta Sooruzheniy na Seysmicheskie Vozdeystviya. M.: Nauka, 2010. (in Russian).



2. N'yumark N., Rozenblyuet E. Osnovy Seysmostoykogo Stroitel'stva. M.: Stroyizdat, 1980. (in Russian).

3. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V., Filimonov A.V. Analiz Vida Volnovoy Modeli i Poluchenie Raschetnyh Parametrov Seismicheskogo Vozdeystviya dlya Vysotnogo Zdaniya. Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitel'stvo. 2014;5:40—45. (in Russian).

4. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Otsenka Rotatsionnyh Komponent Seismicheskogo Dvizheniya Grunta. Osnovaniya, Fundamenty i Mekhanika Gruntov. 2015;6:22—26. (in Russian).

5. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V., Filimonov A.V. A Brief Theory and Computing of Seismic Ground Rotations for Structural Analyses. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2015;71:31—41.

6. Nazarov Yu.P. Raschetnye Parametry Volnovyh Poley Seismicheskikh Dvizheniy Grunta. M.: Nauka, 2015. (in Russian).

7. Poznyak E.V. O Svyazi Uravneniy Otnositel'nogo i Absolyutnogo Dvizheniya pri Differentsirovannom Seismicheskom Vozdeystvii. Vestnik MPEI. 2017;1:31—37. (in Russian).

8. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. O Prostranstvennoy Izmenchivosti Seismicheskikh Dvizheniy Grunta pri Raschete Sooruzheniy. Osnovaniya, Fundamenty i Mekhanika Gruntov. 2014;5:17—20. (in Russian).

9. Poznyak E.V. Osnovy Teorii Seysmostoykosti Stroitel'nyh Konstruktsiy. M.: Izd-vo MPEI, 2016. (in Russian).

10. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Opredelenie Koeffitsienta Dinamichnosti v Raschetah na Seysmostoykost' [Elektron. resurs] <http://www.nso-journal.ru> (Data Obrashcheniya 25.07.2017) (in Russian).

---

#### Сведения об авторах

---

**Позняк Елена Викторовна** — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: PozniakYV@mpei.ru

**Новикова Ольга Валерьевна** — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

---

#### Information about authors

---

**Poznyak Elena V.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines Dept., NRU MPEI, e-mail: PozniakYV@mpei.ru

**Novikova Olga V.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines Dept., NRU MPEI, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

*Статья поступила в редакцию 27.12.2016*