

УДК 534.213:621.39

DOI: 10.24160/1993-6982-2018-2-129-134

## Исследование возбуждения упругих волн в акустическом волноводе

А.А. Кальщикова

Большое внимание уделяется акустическим колебаниям, распространяющимся в плоскостных структурах, которые являются акустическими волноводами. В качестве примера подобных задач электроакустики могут выступать незаметная (с точки зрения радиоразведки) передача данных, скрытая прослушка, обеспечение связи с потерпевшими при спасательных операциях на затонувших подводных лодках или горных завалах.

Рассмотрена задача возбуждения упругих волн в прямоугольном акустическом волноводе. Приведены результаты расчета акустических полей, основанного на суперпозиции распространяющихся волновых мод. Поскольку акустические волны могут быть как поперечными, так и продольными, то решение задачи распространения упругих волн является более сложной, чем решение тех же проблем в электромагнитной области. Однако большое сходство уравнений, описывающих физические явления, позволяет применить к акустическим задачам решения из электродинамической области. Акустический волновод в виде упругой пластины аналогичен электродинамической системе в виде волновода с металлическими стенками. Имеет место подобие граничных условий для идеального проводника и свободной поверхности упругого тела. В обоих случаях волны за границы волновода не проникают. Следствием является характерный закон дисперсии для волн, у которых вектор смещения или напряженности поля ориентирован вдоль поверхности раздела.

Построена математическая модель, описывающая акустические поля, проведено численное моделирование в пакете «MultyPhys» фирмы «Comsol». Для проверки результатов численного моделирования и теоретического расчета выполнены экспериментальные исследования с использованием разработанного программно-аппаратного комплекса.

Распределения акустических полей на поверхности волновода измеряют с помощью электроакустического преобразователя, который подключается через звуковую карту к персональному компьютеру. Поскольку работа проходит на частотах звукового диапазона, это позволяет использовать возможности звуковой карты для оцифровки сигнала, выделения полезных параметров и дальнейшей обработки без лишних финансовых затрат.

*Ключевые слова:* акустический волновод, модовый состав, упругие волны, электроакустика.

*Для цитирования:* Кальщикова А.А. Исследование возбуждения упругих волн в акустическом волноводе // Вестник МЭИ. 2018. № 2. С. 129—134. DOI: 10.24160/1993-6982-2018-2-129-134.

## Investigating the Excitation of Elastic Waves in an Acoustic Waveguide

А.А. Kal'shchikov

As is known, much attention is paid to acoustic vibration propagating in plane layered structures behaving as acoustic waveguides. Stealth (from the viewpoint of communications intelligence) transmission of data, hidden interception, setting up communication with sufferers in carrying out rescue operations on sunken submarines or rock-falls are some examples of electroacoustic applications of such sort.

The problem of exciting elastic waves in a rectangular acoustic waveguide is considered. The results from calculating acoustic fields using an approach based on superposition of propagating wave modes are presented. Since acoustic waves can be both transverse and longitudinal, solution of the elastic wave propagation problem is more complicated than solution of the same problems in the field of electromagnetics. Nonetheless, since the equations describing the physical phenomena in these areas have much in common, the solutions obtained in the field of electrostatics can be applied for solving acoustic problems. An acoustic waveguide made in the form of an elastic plate is similar to an electrodynamic system in the form of a waveguide with metal walls. There is a similarity between the boundary conditions for an ideal conductor and the free surface of an elastic body. In both cases, waves do not escape from the waveguide boundaries. As a consequence, there is a characteristic dispersion law for waves the displacement or field strength vector of which is oriented along the interface surface.

A mathematical model describing acoustic fields has been constructed, and numerical simulation has been carried out in the MultyPhys software package developed by the COMSOL company. For checking the results of numerical simulation and theoretical calculations, experimental studies were carried out using the developed computerized system.

Acoustic field distributions on the waveguide surface are measured using an electroacoustic transducer, which is connected to the personal computer through a soundcard. Since the measurements are made at the sound range frequencies, the soundcard has sufficient capabilities for digitizing the signal, separating the useful parameters, and further processing them without any extra financial costs.

*Key words:* acoustic waveguide, mode composition, elastic waves, electroacoustics.

*For citation:* Kal'shchikov A. A. Investigating the Excitation of Elastic Waves in an Acoustic Waveguide. MPEI Vestnik. 2018;2:129—134. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2018-2-129-134.

## Введение

Наиболее важным применением акустических волноводов являются акустические линии задержки. Во многих случаях преобразование сигналов в акустическую форму позволяет решить множество задач корреляционной обработки сигналов. Это возможно благодаря тому, что скорость акустических волн мала по сравнению со скоростью света и для реализации требуемых временных задержек достаточно иметь короткие отрезки акустических волноводов (длиной в несколько сантиметров и менее) [1].

Особый интерес представляют акустические колебания, распространяющиеся в плоскостойких структурах, которые, по сути, являются акустическими волноводами. В качестве примера подобных задач могут выступать незаметная, с точки зрения радиоразведки, передача данных [2], скрытая прослушка, обеспечение связи с потерпевшими при спасательных операциях на затонувших подводных лодках или горных завалах.

Разработка методов аналитического расчета собственных упругих колебаний пластины затруднена сложностью задачи, кажущейся на первый взгляд достаточно простой. В литературе можно найти достаточно точные математические модели, которые являются решением только для тонких прямоугольных пластин со свободными границами [3, 4].

Полное аналитическое решение даже такой простой задачи, как нахождение основных мод в свободном акустическом волноводе с идеальными отражающими стенками в общем виде, не найдено. Сложность задачи значительно возрастает, если учитывать влияние внешней среды, контактирующей со свободной поверхностью [5].

Решение задачи возбуждения упругих колебаний в акустическом волноводе и расчет основных электроакустических параметров проводится приближенно в предположении, что результирующая функция распределения акустического давления, а также тензор напряжений и вектора скорости и смещения частиц являются суперпозицией известных собственных типов волн акустической волноводной структуры. Точность решения зависит от адекватности выбранных аппроксимирующих мод, распространяющихся в акустическом волноводе.

Поскольку акустические волны могут быть как поперечными, так и продольными, то решение задачи распространения упругих волн является более сложной, чем решение тех же проблем в электромагнитной области. Однако большое сходство уравнений, описывающих физические явления, позволяет применять к акустическим задачам решения из электродинамики.

Акустический волновод в виде упругой пластины аналогичен электродинамической системе в виде волновода с металлическими стенками. Действительно, имеет место подобие граничных условий для идеаль-

ного проводника и свободной поверхности упругого тела. В обоих случаях волны за границы волновода не проникают. Как следствие — характерный закон дисперсии для волн, у которых вектор смещения или напряженности поля ориентирован вдоль поверхности раздела [1].

Для решения задачи возбуждения упругих волн в акустическом волноводе необходимо располагать полным набором собственных мод такого волновода. В связи с математическими сложностями, о которых шла речь выше, нужно разработать модель плоского волновода акустических волн (ВАВ) прямоугольного сечения, выполненного из изотропного материала, с использованием для расчета акустических полей приближенной математической модели упругих колебаний.

## Решение задачи возбуждения упругих колебаний в акустическом волноводе

При создании акустических каналов связи часто приходится иметь дело со стержнями и пластинами, находящимися в воздухе (см. рис. 1).

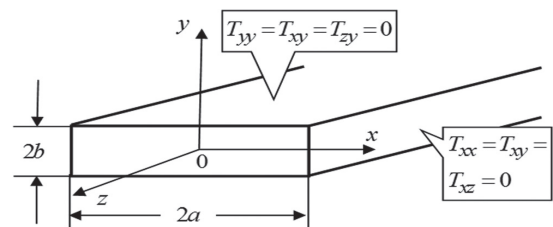


Рис. 1. Прямоугольный акустический волновод

Скорость распространения волн в твердом теле почти на порядок выше, чем скорость звука в атмосфере. Можно считать, что поверхность ВАВ свободна от напряжений, а на вектор смещения не накладывается никаких ограничений.

По известным полям скоростей смещения найдем тензоры механических напряжений  $\mathbf{T}$  и деформаций  $\mathbf{S}$ , а затем и собственные типы волны.

Используем следующую приближенную математическую модель распределения скоростей деформаций в ВАВ:

$$v_x = 0; \quad v_z = 0;$$

$$v_y = A_{mn} \frac{\sin(g_{sx}x) \sin(g_{sy}y)}{\cos(g_{sx}x) \cos(g_{sy}y)};$$

$$T_{yy} = c_{11} \frac{n\pi}{2j\omega b} A_{mn} \frac{\sin(g_{sx}x) \cos(g_{sy}y)}{\cos(g_{sx}x) - \sin(g_{sy}y)};$$

$$T_{xx} = T_1 = c_{12} \frac{g_{sy}}{j\omega} A_{mn} \frac{\sin(g_{sx}x) \cos(g_{sy}y)}{\cos(g_{sx}x) - \sin(g_{sy}y)};$$

$$h = \frac{\omega}{V_{AWG}} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{V_s}\right)^2 - g_{sx}^2 - g_{sy}^2}; \quad (1)$$

$$g_{sx} = (m+1) \frac{\pi}{2a}; \quad g_{sy} = n \frac{\pi}{2a}.$$

Здесь  $v_x, v_y, v_z$  — компоненты скорости смещения частиц;  $T_{xx}, T_{yy}$  — компоненты тензора механических напряжений;  $h$  — продольное волновое число;  $g_{sx}, g_{sy}$  — поперечные волновые числа;  $V_{AWG}$  — фазовая скорость поперечной акустической волны.

В ВАВ можно выделить волны с колебаниями по толщине  $\sim \sin(g_{sx} x)$  (нечетные волны), а также изгибные волны  $\sim \cos(g_{sx} x)$  (четные волны).

Полная система ортогональных мод ВАВ является основой для решения задачи возбуждения волновода внешними источниками [6].

Векторы скорости деформаций  $\dot{\mathbf{v}}$  и механических напряжений  $\dot{\mathbf{T}}$  в общем случае можно представить в виде суммы собственных мод ВАВ

$$\dot{\mathbf{v}} = \sum_{\mu} A_{\mu}(z) \dot{\mathbf{v}}_{\mu}(x, y) \exp(-jh_{\mu}z);$$

$$\dot{\mathbf{T}} = \sum_{\mu} A_{\mu}(z) \dot{\mathbf{T}}_{\mu}(x, y) \exp(-jh_{\mu}z).$$

Обозначим волновую моду как  $\mu = U$ .

На рис. 2 изображена геометрия задачи возбуждения ВАВ, а именно, виды сверху ВАВ и распределения поверхностного источника.

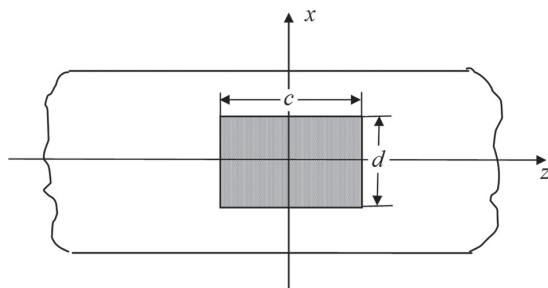


Рис. 2. Геометрия задачи возбуждения

Рассмотрим задачу возбуждения акустического волновода источником поверхностной силы с равномерным распределением в пределах прямоугольника размером  $c \times d$ . Источник задается постоянным уровнем механического напряжения  $\dot{T}_{yy} = \dot{T}_0$  на поверхности.

На практике возбуждение упругих колебаний в акустическом волноводе возможно с помощью пьезоэлектрических преобразователей [7] или возбудителя на основе явления магнитострикции в ферромагнитных средах [8].

Рассмотрим возбуждение только моды четных волн изгибного типа

$$\mathbf{v}_{\mu}(x, y, z) = A_{\mu} \cos\left(m_{\text{even}} \frac{\pi}{2a} x\right) \cos\left(n_{\text{even}} \frac{\pi}{2b} y\right).$$

Используя аналог леммы Лоренца, найдем коэффициенты разложения акустического поля в сумму мод ВАВ.

Запишем, согласно [9], уравнения для прямой и обратной волн

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + ih_{\mu}\right) A_{+} = v(x, y, z) = \frac{f_{sn}}{4P_{\mu}}; \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - ih_{\mu}\right) A_{-} = v(x, y, z) = \frac{f_{sn}}{4P_{\mu}}, \quad (3)$$

где

$$f_{sn} = \dot{\mathbf{v}}_{\mu}^{*} \dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{1}_y \Big|_{y=b};$$

$$P_{\mu} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \int_{S_{\text{cross}}} \{-\dot{\mathbf{v}}_{\mu}^{*} \dot{\mathbf{T}}_{\mu}\} \mathbf{1}_z dS \right).$$

Для материала ДСтП с плотностью  $\rho = 580 \text{ кг/м}^3$ , модулем Юнга, равным  $E = 6000 \text{ МПа}$ , и коэффициентом Пуассона  $\sigma = 0,065$  найдено решение уравнений (2), (3) в среде Mathcad. Для этого в программе были заданы параметры ВАВ:  $a = 170 \text{ мм}$ ,  $b = 5 \text{ мм}$ ,  $c = 30 \text{ мм}$ ,  $d = 170 \text{ мм}$ .

По формуле (1) было установлено, что колебания типа  $m = 1, n = 0$  существуют на частоте  $f = 4 \text{ кГц}$ .

Пусть возбуждающее устройство располагается посередине волновода для нивелирования влияния отражения ближнего поля излучателя на торцевой грани волновода и симметричности решения.

Результаты решения уравнений (2), (3) приведены на рис. 3, откуда следует, что ближнее поле, образованное запредельными модами, затухает на расстоянии, а в дальней зоне от излучателя формируется одномодовый режим колебаний типа  $\mathbf{v}_{10}$ .

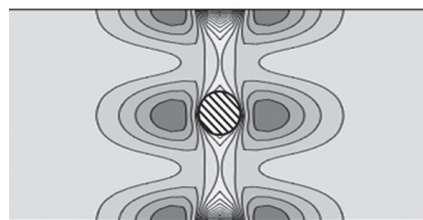


Рис. 3. Распределение плотности потока мощности ВАВ

Для проверки корректности решения проведено численное моделирование задачи возбуждения ВАВ в пакете «MultyPhys» фирмы «Comsol». Моделирование активно используется для проверки теоретических моделей без проведения финансово затратных экспериментов. Для анализа можно задавать варианты дефектов, которые могут быть описаны с помощью программных средств и импортированы в Comsol, как это сделано в [10].

Результаты моделирования приведены на рис. 4. Видно, что акустическое поле качественно совпадает с акустическим полем, изображенным на рис. 3.

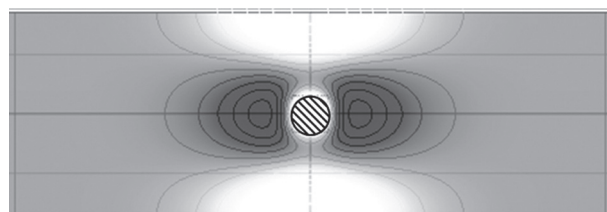


Рис. 4. Распределение плотности потока мощности ВАВ

Плотность потока мощности активной мощности упругих колебаний вдоль продольной оси ВАВ равна [9]:

$$\Pi_z = \frac{c_{44}}{2V_{AWG}} \operatorname{Re}(\dot{v}_y \dot{v}_y^*) = \frac{c_{44}}{2V_{AWG}} |\dot{v}_y|^2 = \frac{Z_{AWG}}{2} |\dot{v}_y|^2,$$

где  $c_{44} = E/(1+\sigma)$  — коэффициент упругости упругой среды;  $Z_{AWG} = c_{44}/2V_{AWG}$  — акустическое сопротивление.

На рис. 5, 6 изображены расчетные и модельные распределения нормированной плотности потока мощности в продольном и поперечном сечениях.

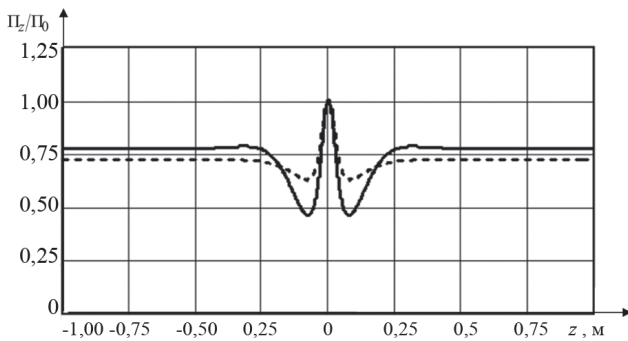


Рис. 5. Продольное распределение плотности потока мощности:  
— расчет; - - - - моделирование

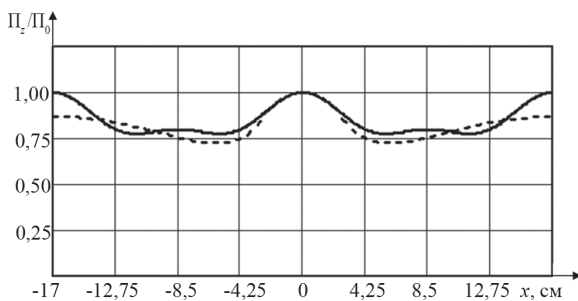


Рис. 6. Поперечное распределение плотности потока мощности:  
— расчет; - - - - моделирование

На рис. 5 видно, что ближнее поле, формируемое за пределами модами, имеет границу на расстоянии около 25 см ( $\approx 0,35\lambda$ ) от излучателя, а далее существует только распространяющаяся мода  $v_{10}$ .

Из рис. 6 следует, что на оси волновода излучатель формирует пучность, в то время как пучности поля на гранях ВАВ — результат существования стоячей волны, соответствующей выбранной моде.

Из сопоставления результатов расчетов и численного моделирования очевидно, что предлагаемый метод расчета и выбранная асимптотика формирующихся мод позволяют получить достаточно точное решение, необходимое для расчета акустического волновода.

### Измерительный стенд

Для экспериментального исследования распределения акустического поля был разработан двухканаль-

ный программный вычислительный комплекс, обеспечивающий автоматизацию процессов многократных однотипных измерений и цифровую обработку сигналов для повышения достоверности полученной информации.

Распределения акустических полей на поверхности волновода измеряют посредством электродинамического преобразователя типа 0,5 ГДШ-26 с внешним диаметром 40 мм. Поскольку измерения производятся на частотах звукового диапазона, то это позволяет использовать возможности звуковой карты персонального компьютера (ПК) для оцифровки сигнала, выделения полезных параметров сигналов и их дальнейшей обработки без лишних финансовых затрат.

На рис. 7 изображена структурная схема измерительного комплекса. Программа, запущенная на персональном компьютере, формирует сигналы, визуализирует полученные данные, обрабатывает полученную информацию.

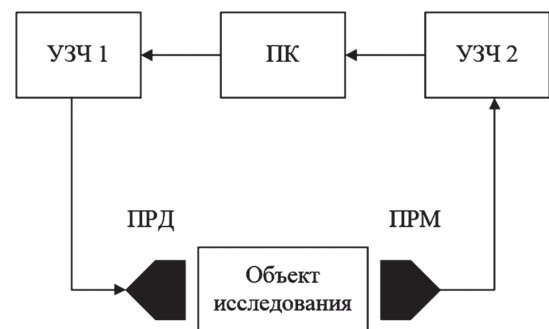


Рис. 7. Структурная схема измерительного комплекса

Для возбуждения в волноводе акустического поля используется динамическая головка (ПРД) типа 0,5 ГДШ-26, преобразующая электрическое напряжение в прямо пропорциональное акустическое давление на поверхности волновода.

Уровень напряжения на линейном выходе звуковой платы (несколько милливольт) недостаточен для работы ПРД, поэтому после цифро-аналогового преобразователя сигнал требуется усилить, что обеспечивает усилитель звуковых частот УЗЧ 1.

Уровень напряжения на выходе ПРМ — около нескольких милливольт, следовательно, перед аналого-цифровым преобразованием сигнал требуется усилить. Для этого используется усилитель звуковых частот УЗЧ 2.

Опрос звуковой карты, а также обработка и визуализация данных проводятся в MATLAB. Использование встроенной звуковой карты дает возможность быстрой наладки комплекса для проведения экспериментов и позволяет отработать алгоритмы цифровой обработки сигналов. Программное обеспечение разработано так, что его без особых проблем можно адаптировать к новому оборудованию.

## Экспериментальные результаты

Эксперименты были предприняты, прежде всего, для испытания измерительного комплекса и отработки методики измерений электроакустических параметров волноводных структур.

Для верификации результатов расчета и моделирования проведены измерения распределения акустического давления на поверхности волновода. Кроме того, измерена АЧХ электрического канала для исключения его влияния на результаты измерений.

Было установлено, что электрический канал приемопередающего устройства (ППУ) имеет неравномерность АЧХ около 1 дБ в полосе частот от 100 до 17 кГц. На частоте 80 Гц ППУ присутствует резонанс, а на частоте более 17,5 кГц АЧХ приемопередающего устройства идет на спад.

Следовательно, использование звуковой карты ПК в полосе частот от 100 до 17 кГц не вносит значительных искажений в измерение акустических полей и возможно ее использование в качестве приемопередающего устройства в измерительном комплексе.

Для верификации результатов моделирования было измерено распределение акустического давления на поверхности волновода.

На рис. 8 изображено распределение акустического давления на поверхности пластины.

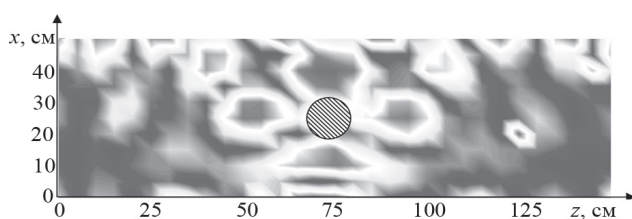


Рис. 8. Распределение давления на поверхности ВАВ

Излучатель расположен в центре волновода и явно видны четыре характерные пучности, накрест лежащие от излучателя. Другие пучности (особенно на гранях волновода) обусловлены подпирающей конструкцией, а также неоднородностью материала экспериментального образца.

Для улучшения согласования результатов эксперимента, математического расчета и численного моделирования следует использовать более однородный образец, а также доработать измерительный стенд, увеличив чувствительность приемника и автоматизировав процесс измерений с помощью перемещающегося измерителя с использованием шаговых двигателей.

Однако ясно, что математическая модель возбуждения ВАВ требует уточнений.

## Выводы

Полученные результаты являются первым шагом на пути разработки электроакустического канала свя-

зи. На основании проделанной работы можно сделать следующие выводы.

Созданный программно-аппаратный измерительный комплекс достоверно воспроизводит поля в акустическом волноводе.

Предложенная математическая модель достаточно хорошо согласуется с результатами моделирования. Ее и измерительный комплекс можно использовать для дальнейших исследований и работ по созданию акустического канала связи, однако измерительная часть требует доработки.

## Литература

1. **Белокопытов Г.В.** Волны в направляющих структурах. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010.
2. **Зибров В.А., Зиброва Н.М.** Акустический канал передачи информации в водопроводных сетях с разными диаметрами труб // Электротехника, радиотехника, телекоммуникации и электротехника: Тез. конф. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2014.
3. **Мелешко В.В., Папков С.О.** Изгибные колебания упругих прямоугольных пластин со свободными краями // Акустический вестник. 2009. № 4. Т. 4. С. 34—51.
4. **Коссович Е.Л.** Явные модели распространения изгибных краевых волн в тонких полубесконечных ортотропных пластинах // Известия Саратовского ун-та. 2013. Т. 13. Вып. 1. С. 64—69.
5. **Алексеев В.В., Индейцев Д.А., Мочалова Ю.А.** Колебания упругой пластины, контактирующей со свободной поверхностью тяжелой жидкости // ЖТФ. 2002. № 5. Т. 72. С. 16—21.
6. **Вайнштейн Л.А.** Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
7. **Hongchen M., Qiang H., Faxin L.** Excitation and Reception of Pure Shear Horizontal Waves by Using Face-shear  $d_{24}$  Mode Piezoelectric Wafers // Smart Materials and Structures. 2016. V. 25. No. 11. Pp. 1—13.
8. **Seung H.M., Park C.I., Kim Y.Y.** An Omnidirectional Shear-horizontal Guided Wave EMAT for a Metallic Plate // Ultrasonics. 2016. V. 69. Pp. 58—66.
9. **Auld B.A.** Acoustic Fields and Waves in Solids. N.-Y.: John&Sons Inc., 1973.
10. **Delrue S., Aleshin V., Matar O.** 2D modeling of Elastic Wave Propagation in Solids Containing Closed Crack With Friction // Proc. Comsol Conf. Munich, 2016.

## References

1. **Belokopytov G.V.** Volny v Napravlyayushchikh Strukturakh. M.: MGU im. M.V. Lomonosova, 2010. (in Russian).
2. **Zibrov V.A., Zibrova N.M.** Akusticheskiy Kanal Peredachi Informatsii v Vodoprovodnykh Setyakh s Raznymi Diametrami Trub. Elektrotekhnik, Radiotekhnika, Telekommunikatsii i Elektrotekhnik: Tez. Konf. Rostov-na-Donu: DGTU, 2014. (in Russian).

3. **Meleshko V.V., Papkov S.O.** Izgibnye Kolebaniya Uprugikh Pryamougol'nykh Platin so Svobodnymi Kraya-mi. Akusticheskiy Vestnik. 2009;4;4:34—51. (in Russian).

4. **Kossovich E.L.** Yavnye Modeli Rasprostraneniya Izgibnykh Kraevykh Voln v Tonkikh Polubeskonechnykh Ortropnykh Platinakh. Izvestiya Saratovskogo Un-Ta. 2013;13;1:64—69. (in Russian).

5. **Alekseev V.V., Indeytsev D.A., Mochalova Yu.A.** Kolebaniya Uprugoy Plastiny, Kontaktiruyushchey so Svobodnoy Poverkhnost'yu Tyazhely Zhidkosti. ZHTF. 2002;5;72:16—21. (in Russian).

6. **Vaynshteyn L.A.** Elektromagnitnye Volny. M.: Radio i Svyaz', 1988. (in Russian).

7. **Hongchen M., Qiang H., Faxin L.** Excitation and Reception of Pure Shear Horizontal Waves by Usin Fase-shear  $d_{24}$  Mode Piezoelectric Wafers. Smart Materials and Structures. 2016;25;11:1—13.

8. **Seung H.M., Park C.I., Kim Y.Y.** An Omnidirectional Shear-horizontal Guided Wave EMAT for a Metallic Plate. Ultrasonics. 2016;69:58—66.

9. **Auld B.A.** Acoustic Fields and Waves in Solids. N.-Y.: John&Sons Inc., 1973.

10. **Delrue S., Aleshin V., Matar O.** 2D Modeling of Elastic Wave Propagation in Solids Containing Closed Crack With Friction. Proc. Comsol Conf. Munich, 2016.

---

#### Сведения об авторе

---

**Кальщикова Андрей Анатольевич** — аспирант кафедры основ радиотехники НИУ «МЭИ», e-mail: KalshchikovAA@ya.ru

---

#### Information about author

---

**Kal'shchikov Andrey A.** — Ph.D.-student of Fundamentals of Radio Engineering Dept., NRU MPEI, e-mail: KalshchikovAA@ya.ru

*Статья поступила в редакцию 25.04.2017*