

УДК 537.52.001.573

## Оценка влияния формы лавинно-стримерного перехода на распространение катодонаправленного стримера в воздухе

А. А. Белогловский\*

Электронная лавина — это компактная группа свободных электронов, дрейфующих в газе в электрическом поле и производящих ударную ионизацию газа. С электронной лавины начинается формирование стримерного разряда. Стример представляет собой квазинейтральный нетермоионизованный плазменный канал с избыточным зарядом на конце (концах). Преобразование лавины в стример называется лавинно-стримерным переходом, а параметры лавины в момент перехода и путь  $x_{\text{крит}}$ , пройденный ею до момента перехода, — критическими. Однолавино-стримерная форма перехода реализуется, когда он происходит в середине разрядного промежутка (на удалении  $z > x_{\text{крит}}$  над поверхностью анода), а многолавино-стримерная форма — когда он протекает вблизи поверхности анода (на малом расстоянии  $z < x_{\text{крит}}$  от нее). Значение расстояния  $z$  влияет на следующие параметры катодонаправленного стримера: скорость, напряженность электрического поля в его головке и канале, концентрация электронов и плотность объемного заряда в канале.

Было проведено несколько вычислительных экспериментов для оценки влияния формы лавинно-стримерного перехода на параметры катодонаправленного стримера. При этом использовалась трехмерная численная модель стримера, созданная автором на кафедре Техники и электрофизики высоких напряжений МЭИ.

Полученные результаты позволили сделать следующие выводы: во-первых, параметры катодонаправленного стримера слабо связаны со значением  $z$ , если  $z > x_{\text{крит}}$  (т. е. после однолавино-стримерного перехода). Во-вторых, значения параметров катодонаправленного стримера уменьшаются при снижении значения  $z$ , если  $z < x_{\text{крит}}$  (т. е. после многолавино-стримерного перехода). В-третьих, существует критическое значение  $z = z_{\text{крит}}^*$  ( $z_{\text{крит}}^* \approx 0,6x_{\text{крит}}$ ). Катодонаправленный стример не может устойчиво развиваться, если  $z < z_{\text{крит}}^*$ , так как в этом случае происходит диссипация объемного заряда стримера.

Ключевые слова: электронная лавина, катодонаправленный стример, лавинно-стримерный переход, форма перехода, параметры стримера.

\* BeloglovskyAA@mpei.ru

## Введение

Стримерный электрический разряд в воздухе является источником сильного электрического поля, в котором образуются химически активные частицы (радикалы), участвующие затем в реакциях в воздушной среде. Это позволяет использовать его в промышленных и природоохранных высоковольтных электротехнологиях в качестве источника радикалов [1]. Коронный стримерный разряд служит источником электромагнитных помех, излучаемых воздушными линиями электропередачи (ВЛ). Поэтому математическое моделирование разряда — инструмент для изучения физических процессов в электротехнологических установках и вблизи проводов ВЛ, выработки принципов повышения эффективности электротехнологий и решения проблем электромагнитной совместимости у ВЛ. Изучение свойств электрических разрядов и их математических моделей — важная часть подготовки бакалавров и магистров в области техники и электрофизики высоких напряжений.

Электронная лавина — это компактная группа свободных электронов, дрейфующих в газе в электрическом поле и производящих ударную ионизацию газа, благодаря чему их число возрастает [1]. После ее прохождения в газе остается след из положительных ионов. По мере распространения лавины число электронов в ней и ионов в следе возрастает, а поле между ними ослабевает. Электроны, оставшиеся в ослабленном поле, менее интенсивно участвуют в ударной ионизации и смешиваются с ионами следа, поэтому здесь возникает плазма и формируется стример — нетермоионизированный плазменный канал с избыточным зарядом в головной части, удлиняющийся за счет ударной ионизации газа в ее поле. Преобразование лавины в стример называется лавинно-стримерным (ЛС) переходом, а ее параметры в этот момент — критическими. Путь, пройденный лавиной к этому моменту, именуется критическим путем  $x_{\text{крит}}$ .

В литературе хорошо известны аналитические модели электронной лавины и ЛС-перехода в газе [1], которые дают адекватные качественные оценки интегральных параметров лавины (критического числа электронов в ней и ее критического пути). Известны также численные математические модели, описывающие формирование лавины, ее преобразование в стример и распространение последнего [2, 3]. С их помощью, в частности для случая однородного электрического поля, были построены зависимости параметров стримера от напряженности поля.

Разумно предположить, что параметры стримера зависят не только от напряженности поля, в котором он развивается, но и от места, а значит и механизма, его формирования. Если ЛС-переход происходит в середине разрядного промежутка на удалении от анода  $z > x_{\text{крит}}$ , то реализуется однолавино-стримерный

механизм перехода [1]. Если ЛС-переход образуется вблизи поверхности анода ( $z < x_{\text{крит}}$ ), то реализуется многолавино-стримерный механизм перехода [1]. В обоих случаях результатом может стать формирование положительных катодонаправленных стримеров, и их параметры нуждаются в расчете и сопоставлении.

Автором были рассчитаны и проанализированы зависимости от времени максимальных значений концентрации электронов и плотности объемного заряда в стримерах, напряженности электрического поля в их головках и скорости их распространения в разрядном промежутке. Изучены параметры стримеров, развивающихся в воздухе при нормальных атмосферных условиях в сильном однородном электрическом поле с напряженностью  $(6 — 8) \cdot 10^4$  В/см. Исследовано развитие разряда от момента лавинно-стримерного перехода до достижения стримером длины  $\approx 0,1$  см.

## Математическая модель катодонаправленного стримера в воздухе

Для математического описания стримера использована трехмерная гидродинамическая модель электрического разряда [1], включающая систему дифференциальных уравнений в частных производных (1) — (5) и дополняющие ее граничные и начальные условия. В ней учитываются процессы дрейфа свободных электронов в электрическом поле, ударной ионизации газа электронами, их прилипания, развала отрицательных ионов, ионно-ионной и электронно-ионной рекомбинаций, фотоионизации газа излучением разряда.

В модели отражены процессы, происходящие с тремя видами заряженных частиц: свободными электронами, обезличенными положительными и отрицательными ионами. Поэтому, в нее включены три уравнения неразрывности потока заряженных частиц (1) — (3), описывающие изменение в пространстве и времени концентраций свободных электронов  $N_e$  (1), положительных  $N_+$  (2) и отрицательных  $N_-$  ионов (3). Кроме них в модель входят уравнение Пуассона (4), описывающее распределение скалярного потенциала электрического поля  $\varphi$ , и известное уравнение связи (5) между ним и вектором напряженности поля  $\mathbf{E}$ . Поскольку скорость дрейфа электронов в поле примерно на два порядка больше, чем ионов [4], то их дрейф в модели не учитывается. С учетом этого уравнения (1) — (5) в данном случае приобретают следующий вид:

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div}(N_e \mathbf{v}_e) = (\alpha - \eta)N_e |\mathbf{v}_e| + \alpha_p N_- |\mathbf{v}_-| - \beta_{e+} N_e N_+ + S_\phi; \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_+}{\partial t} = \alpha N_e |\mathbf{v}_e| - \beta_{e+} N_e N_+ - \beta_{\pm} N_+ N_- + S_\phi; \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_-}{\partial t} = \eta N_e |\mathbf{v}_e| - \alpha_p N_- |\mathbf{v}_-| - \beta_{\pm} N_+ N_-; \quad (3)$$

$$\Delta \varphi = -(N_+ - N_e - N_-)e/\epsilon_0; \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad}(\varphi). \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{v}_e$ ,  $\mathbf{v}_+$  — вектора скоростей дрейфа электронов и отрицательных ионов, соответственно. Правые части уравнений (1) — (3) определяют число частиц (электронов, положительных ионов и отрицательных ионов), появившихся в единице объема в единицу времени благодаря процессам ударной ионизации (коэффициент  $\alpha$ ), прилипания электронов ( $\eta$ ), развала отрицательных ионов ( $\alpha_p$ ), ионно-ионной ( $\beta_{\pm}$ ) и электронно-ионной ( $\beta_{e+}$ ) рекомбинаций, фотоионизации ( $S_{\phi}$ ). Концентрации частиц, потенциал и напряженность поля являются функциями времени  $t$  и декартовых пространственных координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Электроны движутся в направлении, противоположном направлению вектора  $\mathbf{E}$ , т.е.  $\mathbf{v}_e = -k_e \mathbf{E}$ , где  $k_e$  — подвижность электронов.

В уравнениях (1) — (3) зависимости обобщенных коэффициентов элементарных процессов и скорости дрейфа электронов и ионов от напряженности поля определяются в соответствии с рекомендациями, данными в [4], а интенсивность фотоионизации  $S_{\phi}$  — в [5], [6].

Система уравнений (1) — (5) дополняется начальными и граничными условиями для концентраций частиц и потенциала на электродах.

В модели принято допущение, что формирование разряда начинается с малой сферической неоднородности в начальном распределении свободных электронов, которая имеет радиус  $r_1$  и располагается на высоте  $z_1$  над поверхностью анода. Максимальная концентрация электронов в ней достигает величины  $N_{\max 1}$ . Поэтому предполагается, что в начальный момент времени  $t = 0$  свободные электроны присутствуют в разрядном промежутке только в этой неоднородности, отсутствуя в остальном его объеме. Кроме того, в начальный момент в пространстве равномерно распределены положительные и отрицательные ионы в равных концентрациях  $N_0$ . Максимальная концентрация электронов в начальной неоднородности и значения  $N_{\max 1}$  и  $N_0$  много меньше концентрации нейтральных молекул в воздухе  $N$  (при нормальных атмосферных условиях  $N \approx 2,67 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ).

Граничные условия для заряженных частиц отражают допущение, что на поверхностях электродов отсутствуют их источники. Поэтому на аноде равна нулю концентрация положительных ионов  $N_+$ , а на катоде — концентрации электронов  $N_e$  и отрицательных ионов  $N_-$ .

Граничные условия для потенциала соответствуют тому, что в начальный момент  $t = 0$  к аноду прикладывается напряжение  $U > 0$ , в дальнейшем остающееся неизменным, а потенциал катода всегда равен 0.

Для численного решения системы уравнений (1) — (5) был предложен эффективный вычислительный алгоритм для расчета трехмерных положительных стримеров в воздухе, отличающийся повышенным быстродействием и устойчивостью, что впервые позволи-

ло использовать его в качестве рабочего инструмента для исследования свойств трехмерных объемных стримерных структур разряда в воздухе от электронных лавин и лавинно-стримерного перехода до ветвления стримеров [2]. Он основан на сеточном подходе к решению трехмерных уравнений (1) — (5) и включает в себя численное решение уравнения Пуассона (4) итерационным конечно-разностным методом верхней релаксации [7] и уравнения неразрывности потока электронов (1) — конечно-объемным методом Ван Лира «среднее гармоническое» [8].

## Результаты математического моделирования

Была выполнена серия вычислительных экспериментов, имевших целью изучить формирование катодонаправленного стримера и начальный этап его распространения в заполненном воздухе коротком разрядном промежутке с однородным электрическим полем со средней напряженностью  $E_0 = U/D$ , где  $D$  — длина промежутка ( $D = 0,1$  см). Атмосферные условия полагались нормальными. Значения  $E_0$  варьировались от  $6 \cdot 10^4$  до  $8 \cdot 10^4$  В/см. Максимальная концентрация свободных электронов в малой начальной неоднородности в их распределении, которая инициировала возникновение разряда, составляла  $N_{\max 1} = 10^8$  —  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ , ее радиус был равен  $r_1 = 0,005$  см, а высота  $z_1$  над анодом изменялась от 0,01 до 0,05 см. Такой выбор диапазона изменения значений  $z_1$  позволил смоделировать появление и развитие стримера в результате однолавино-стримерного и многолавино-стримерного переходов.

В качестве характерного примера представим результаты, полученные при  $E_0 = 7 \cdot 10^4$  В/см,  $N_{\max 1} = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $r_1 = 0,005$  см,  $z_1 = 0,02$  —  $0,05$  см. При таких значениях  $E_0$ ,  $N_{\max 1}$  и  $r_1$  однолавино-стримерный переход вдали от электродов занимает время  $t_{\text{крит}} = 1,082$  нс, а критический путь электронной лавины, порожденной начальной неоднородностью в распределении электронов, составляет  $x_{\text{крит}} = 0,0348$  см [9]. Таким образом, при  $z_1 = 0,02$  —  $0,03$  см ( $z_1 < x_{\text{крит}}$ ) в данном случае имеет место многолавино-стримерный переход, а при  $z_1 = 0,04$  —  $0,05$  см ( $z_1 > x_{\text{крит}}$ ) — однолавино-стримерный.

На рис. 1, 2 изображены характерные распределения в пространстве напряженности электрического поля  $E$ , концентрации свободных электронов  $N_e$  (см. рис. 1) и плотности объемного заряда  $\rho$  (см. рис. 2) в стримере, а также их изменение во времени  $t$ . Приведенные данные позволяют определить для каждого момента  $t$  максимальные значения напряженности  $E_{\max}$ , концентрации электронов  $N_{e\max}$ , плотности заряда  $\rho_{\max}$ , а также длину стримера  $L_s$ . Значение  $L_s$  определяется расстоянием между анодом ( $z = 0$ ) и точкой  $z = L_s$ , в которой напряженность поля достигает максимального значения

$E_{\max} = E(L_s)$  (см. рис. 1, *a*). Результаты представлены для  $z_1 = 0,04$  см, т.е. при однолавино-стримерном переходе.

На рис. 1 показано изменение во времени распределений  $E(z)$  (рис. 1, *a*) и  $N_e(z)$  (рис. 1, *б*) вдоль оси симметрии  $Oz$  стримера. Здесь  $z$  — текущая координата, определяющая удаление рассматриваемой точки от анода ( $z = 0$  на его поверхности и  $z = D$  — на катоде). Кривые  $E(z)$  и  $N_e(z)$  даны для моментов времени  $t = 1,0; 1,2; 1,4$  и  $1,6$  нс. Первый из них примерно соответствует лавинно-стримерному переходу, а к последнему длина стримера  $L_s = 0,0592$  см. Минимальное значение напряженности поля в стримере снижается до критического значения  $b\delta = 2,45 \cdot 10^4$  В/см, ниже которого невозможна эффективная ударная ионизация электронами (здесь  $\delta$  — относительная плотность воздуха, при нормальных атмосферных условиях равная 1;  $b$  — константа для воздуха, равная  $2,45 \cdot 10^4$  В/см). Таким

образом, к моменту  $t = 1,6$  нс в промежутке сформировался катодонаправленный стример, максимальная напряженность в котором составляет  $E_{\max} = 2,22 \cdot 10^5$  В/см, а концентрация электронов —  $N_{e\max} = 6,8 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. Моменты  $t = 1,2; 1,4$  нс являются промежуточными.

На рис. 2 изображено не только распространение стримера вдоль оси  $Oz$ , т.е. вглубь промежутка, но и его развитие в радиальном направлении. На нем отмечены расчетные распределения плотности объемного заряда  $\rho$  в плоскости симметрии  $xOz$  стримера для  $t = 1,2; 1,4$  и  $1,6$  нс. Здесь  $x$  — текущая координата, определяющая удаление рассматриваемой точки от оси  $Oz$ . Распределения  $\rho(x, z)$  представлены в виде карт, на которых каждому значению  $\rho$  ставится в соответствие свой оттенок. Определяющие это соответствие шкалы приведены рядом с каждым из распределений  $\rho(x, z)$ . Из приведенных данных следует, что при  $t = 1,6$  нс

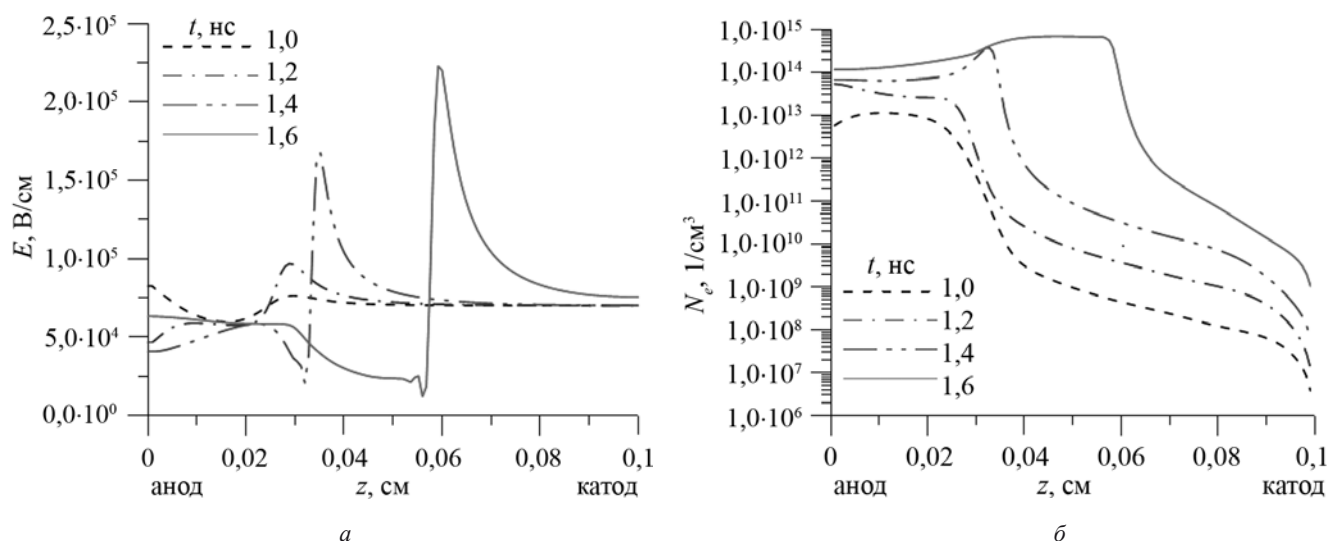


Рис. 1. Изменение во времени  $t$  распределений напряженности электрического поля  $E$  (*a*) и концентрации свободных электронов  $N_e$  (*б*) вдоль оси симметрии  $Oz$  стримера при  $E_0 = 7 \cdot 10^4$  В/см,  $N_{\max 1} = 10^9$  см<sup>-3</sup>,  $r_1 = 0,005$  см и  $z_1 = 0,04$  см

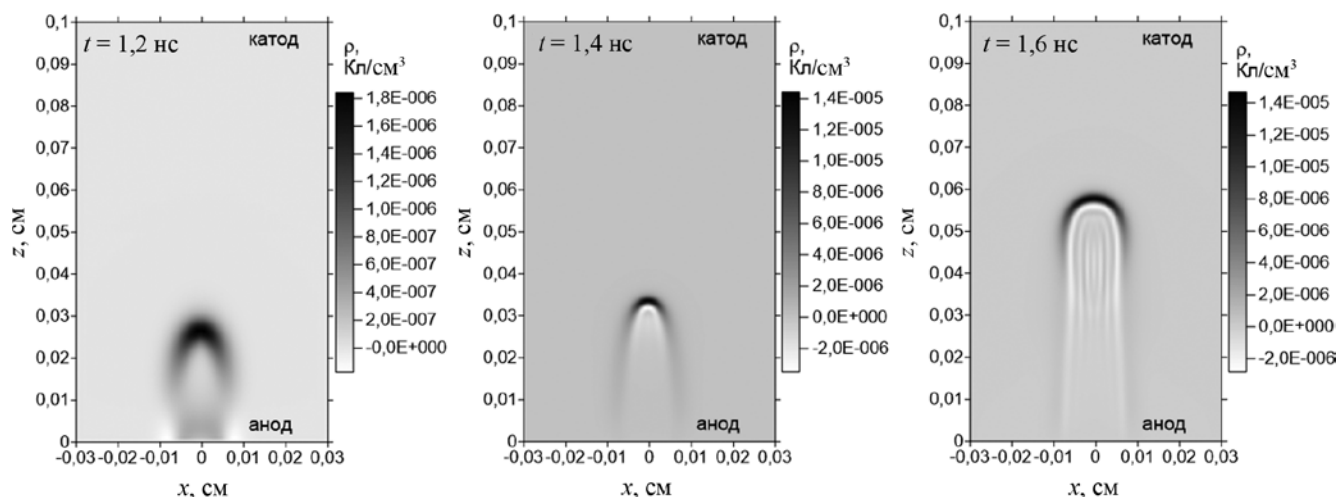


Рис. 2. Изменение во времени  $t$  распределения плотности объемного заряда  $\rho$  в плоскости симметрии  $xOz$  стримера при  $E_0 = 7 \cdot 10^4$  В/см,  $N_{\max 1} = 10^9$  см<sup>-3</sup>,  $r_1 = 0,005$  см и  $z_1 = 0,04$  см; значения  $\rho$  указаны в Кл/см<sup>3</sup>

максимальное значение плотности объемного заряда в стримерной головке близко к  $\rho_{\max} = 1,4 \cdot 10^{-5}$  Кл/см<sup>3</sup>, а ее радиус, определенный как радиус области, в которой  $\rho > 0,5\rho_{\max}$ , приближается к 0,01 см.

На рис. 3 продемонстрированы зависимости значений  $E_{\max}$ ,  $N_{\max}$ ,  $\rho_{\max}$ , а также скорости  $V_s$  распространения головки стримера от его длины  $L_s$  и расстояния  $z_1$  между анодом и начальной неоднородностью в распределении электронов. Скорость определяется соотношением  $V_s = dL_s/dt$ . Величина  $z_1$ , как было сказано выше, определяет форму лавинно-стримерного перехода, и потому сопоставление кривых  $V_s(L_s)$  (рис. 3, а),  $N_{\max}(L_s)$  (рис. 3, б),  $\rho_{\max}(L_s)$  (рис. 3, в) и  $E_{\max}(L_s)$  (рис. 3, г), полученных при различных значениях  $z_1$ , позволяет оценить влияние формы перехода на параметры катодонаправленного стримера.

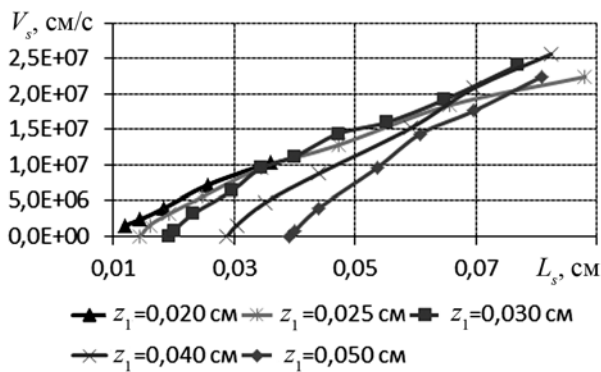
На большинстве кривых, приведенных на рис. 3, выделяются две области:

область формирования катодонаправленного стримера ( $L_s < 0,06$  см), где происходит быстрое и нелинейное нарастание значений  $V_s$ ,  $N_{\max}$ ,  $\rho_{\max}$  и  $E_{\max}$ ;

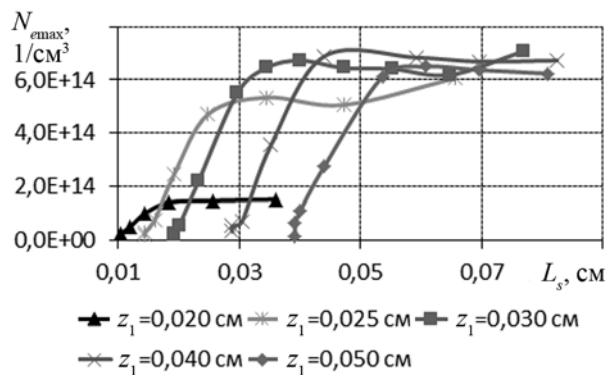
область его устойчивого распространения ( $L_s = 0,06 - 0,08$  см), в которой зависимость  $V_s(L_s)$  возрастает по закону, близкому к линейному, а значения  $N_{\max}$ ,  $\rho_{\max}$  и  $E_{\max}$  изменяются мало (по сравнению с первой областью).

Единственным исключением является случай  $z_1 = 0,02$  см ( $z_1/x_{\text{крит}} \approx 0,575$ , где в рассматриваемых условиях  $x_{\text{крит}} = 0,0348$  см). Здесь длина стримера не превысила 0,03 см, его скорость — 107 см/с, максимальная концентрация электронов после начального роста установилась на значении менее  $2 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>, а значения максимальной напряженности поля и плотности объемного заряда, первоначально достигнув  $1,1 \cdot 10^5$  В/см и  $5,47 \cdot 10$  Кл/см<sup>3</sup>, начали снижаться. Таким образом, началась диссипация объемного заряда, вынесенного разрядом в межэлектродное пространство. Нужно отметить, что даже названные предельные величины  $V_s$ ,  $N_{\max}$ ,  $\rho_{\max}$  и  $E_{\max}$  в этом случае по меньшей мере в 2 раза ниже тех, что были получены в случаях  $z_1 = 0,025 - 0,05$  см.

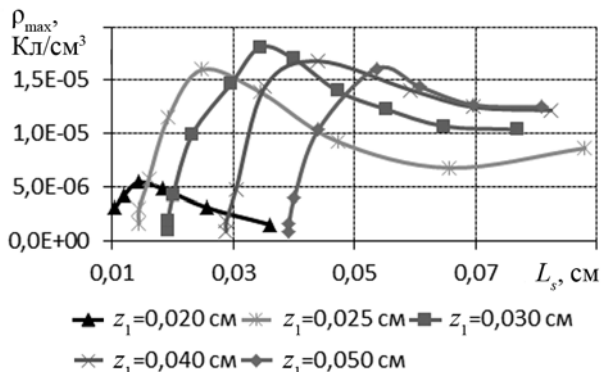
При  $z_1 = 0,03 - 0,05$  см ( $z_1/x_{\text{крит}} = 0,862 - 1,437$ ) во второй области кривых  $V_s(L_s)$ ,  $N_{\max}(L_s)$ ,  $\rho_{\max}(L_s)$  и  $E_{\max}(L_s)$ , выделенной выше, расчетные значения перечисленных величин при различных  $z_1$  близки к друг к другу, их расхождения не превышают 25%:  $N_{\max} = (6 - 7) \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $\rho_{\max} = (1,0 - 1,3) \cdot 10^{-5}$  Кл/см<sup>3</sup>,  $E_{\max} = (2,0 - 2,5) \cdot 10^5$  В/см. Стоит заметить, что в этих случаях  $z_1 > x_{\text{крит}}$  ( $z_1 = 0,04$  и  $0,05$  см) или значения  $z_1$  и  $x_{\text{крит}}$  близки ( $z_1 = 0,03$  см), т.е. реализуется однолавино-стримерный переход (в первом случае) или близкий к нему механизм (во втором). Отсюда можно заключить,



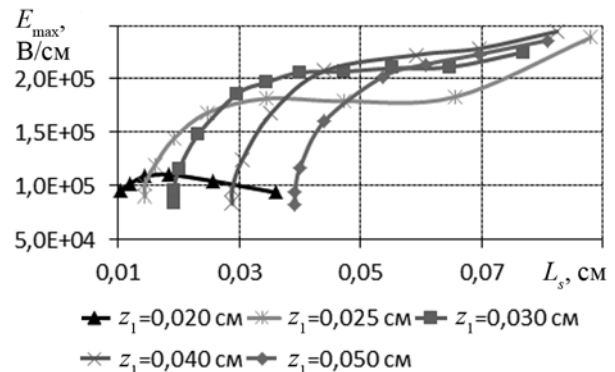
а



б



в



г

Рис. 3. Зависимости  $V_s(L_s)$  (а),  $N_{\max}(L_s)$  (б),  $\rho_{\max}(L_s)$  (в) и  $E_{\max}(L_s)$  (г) при  $E_0 = 7 \cdot 10^4$  В/см,  $N_{\max 1} = 10^9$  см<sup>-3</sup>,  $r_1 = 0,005$  см и  $z_1 = 0,02 - 0,05$  см

что после однолавино-стримерного перехода параметры стримера слабо зависят от начального расстояния между породившей его лавиной и анодом.

Случай при  $z_1 = 0,025$  см ( $z_1/x_{\text{крит}} \approx 0,718$ , т.е. должен реализоваться многолавино-стримерный переход) является промежуточным между рассмотренными выше. Здесь расчетные значения  $V_s$ ,  $N_{\text{емак}}$ ,  $\rho_{\text{мак}}$  и  $E_{\text{мак}}$  ниже, чем в предыдущем случае, но, тем не менее, катодонаправленный стример формируется и начинается его устойчивое распространение.

Следовательно, оцененные выше значения параметров стримеров, порожденных многолавино-стримерным переходом, ниже их величин у стримеров, формирующихся в результате однолавино-стримерного перехода, причем они тем меньше, чем меньше начальное расстояние между анодом и электронной лавиной, инициирующей разряд. При этом существует некоторое пороговое значение этого расстояния, которое можно оценить в  $\approx 60\%$  от критического пути лавины: если оно меньше, то инициируемый ею разряд не способен к устойчивому развитию и происходит его диссипация.

Полученные результаты подтверждаются результатами вычислительных экспериментов, аналогичных описанным выше, но проведенных в однородном электрическом поле с напряженностью  $6 \cdot 10^4$  и  $8 \cdot 10^4$  В/см.

## Выводы

В статье представлены результаты вычислительных экспериментов, выполненных для оценки связи между скоростью распространения катодонаправленного стримера, максимальной напряженностью поля, плотностью объемного заряда, концентрацией электронов в нем и формой лавинно-стримерного перехода, который приводит к образованию стримера. Для этого варьировалось расстояние между анодом и начальной электронной лавиной, инициирующей разряд: если оно больше критического пути лавины, то происходит однолавино-стримерный переход, а если меньше — многолавино-стримерный. Расчеты проведены для заполненного воздухом при нормальных атмосферных условиях промежутка с однородным электрическим полем с напряженностью  $(6 — 8) \cdot 10^4$  В/см. По результатам были сделаны следующие выводы:

После однолавино-стримерного перехода названные параметры стримера мало зависят от начального расстояния от породившей его лавины до анода.

Значения перечисленных параметров стримеров, порожденных многолавино-стримерным переходом, ниже их величин у стримеров, сформировавшихся в результате однолавино-стримерного перехода, при-

чем они тем меньше, чем меньше расстояние между анодом и начальной лавиной.

Существует некоторое пороговое значение расстояния между анодом и начальной лавиной, которое можно оценить в  $\approx 60\%$  от ее критического пути: если оно меньше, то инициируемый лавиной разряд не может устойчиво развиваться и происходит его диссипация.

## Литература

1. Бортник И.М. и др. Электрофизические основы техники высоких напряжений / под ред. И.П. Верещагина. М.: Издательский дом МЭИ, 2010.
2. Белогловский А.А. Верещагин И.П. Трехмерное математическое моделирование стримерного разряда в воздухе с учетом ветвления: экономичный расчет электрического поля // Электричество. 2011. № 11. С. 17 — 24.
3. Papageorgiou L., Metaxas A.C., Georghiou G.E. Three-dimensional numerical modeling of gas discharges at atmospheric pressure incorporating photoionization phenomena // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. V. 44. P. 045203.
4. Соколова М.В., Сергеев Ю.Г. Обобщенные данные по коэффициентам элементарных процессов разрядов в газе // Теория и практика электрических разрядов в энергетике: Сб. статей / под ред. А.Ф. Дьякова. Пятигорск: Изд-во ЮЦПК РП «Южэнерготехнадзор», 1997. С. 26 — 56.
5. Железняк М.Б., Мнацаканян А.Х., Сизых С.В. Фотоионизация смесей азота и кислорода излучением газового разряда // ТВТ. 1982. № 3. Т. 20. С. 423 — 428.
6. Сергеев Ю.Г. Учет фотоионизации при математическом моделировании газового разряда. М.: Изд-во МЭИ, 1996.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1989.
8. Юргеленас Ю.В. Алгоритм расчета динамики заряженных частиц в диффузионно-дрейфовой модели стримера // Физико-технические проблемы передачи электрической энергии: Сб. научн. ст. Вып. 1 / под ред. А.Ф. Дьякова. М.: Изд-во МЭИ, 1998. С. 121 — 160.
9. Белогловский А.А. Сопоставление критериев лавинно-стримерного перехода при численном моделировании электронной лавины в воздушном промежутке с сильным электрическим полем // Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования): Материалы XXIII Всерос. конф. с междунар. участием. М.: ИНФРА-М, 2015. С. 54 — 61.

*Статья поступила в редакцию 30.03.2016*