

УДК 681.51.01

## Моделирование систем управления двухколесной балансирующей платформой

Я. В. Мялик\*, А. С. Федулов

Рассмотрена математическая модель двухколесной балансирующей платформы, основанная на формализации динамики обратного маятника на колесе. На ее базе построена программная модель платформы в Simulink MATLAB. Выполнен обзор представленных в литературе систем управления, в которых проводится корректировка нескольких параметров (угла отклонения от вертикали и положения в пространстве). В данных системах используются различные комбинации типов регуляторов (ПД-, ПИД-регулятор, нечеткий ПД-регулятор), а управляющее воздействие формируется как сумма выходных сигналов регуляторов. Предложена новая система управления двухколесной балансирующей платформой, корректирующая положение посредством изменения угла наклона платформы. Показаны возможные пути модификации предложенной системы: введение классических нечетких регуляторов и нечетких регуляторов с переменным усилением на разных этапах переходного процесса. Для всех рассмотренных систем управления разработаны и отлажены имитационные модели. С использованием средства Simulink пакета MATLAB со всеми моделями проведены имитационные эксперименты, по результатам которых измерены характеристики переходных процессов (величина перерегулирования и длительность переходного процесса) для угла наклона и положения платформы. Система управления с улучшенным нечетким ПД-регулятором угла и ПИД-регулятором положения имеет лучшие характеристики по стабилизации угла наклона платформы. Полученные количественные результаты для каждой системы управления платформой позволяют выполнить сравнение и выбрать нужную схему в зависимости от потребностей предметной области.

Ключевые слова: двухколесная балансирующая платформа, система управления, модель, регулятор.

### Введение

На практике существует множество объектов, которые при отсутствии системы управления являются неустойчивыми. Один из таких объектов — двухколесная балансирующая платформа, представляющая собой каркас с парой колес, расположенных на одной оси. Колеса приводятся в движение посредством электродвигателей. Центр масс платформы расположен выше точки опоры, таким образом, платформа представляет собой неустойчивый объект управления [1].

Управление двухколесной платформой имеет определенные сложности, так как часто требуется стабилизировать несколько параметров, например угол отклонения платформы от вертикали (угол наклона) и пространственные координаты. В то же время управлять ее поведением можно только меняя скорость вращения колес [2].

Как правило, большинство исследований направлены на анализ стабилизации одного параметра платформы (угла наклона). Можно встретить применение различных типов регуляторов: ПИД-, ПД-, ПИ-регуляторов [3], нечеткого регулятора [4]. Гораздо меньше внимания уделено стабилизации нескольких параметров платформы.

Целью данной работы является улучшение качества управления двухколесной балансирующей платформой

\* myalik.yaroslav@mail.ru

благодаря анализу характеристик различных систем, в которых проводится корректировка нескольких параметров (угла отклонения от вертикали и положения в пространстве).

### Модель двухколесной балансирующей платформы

Математически задача удержания равновесия двухколесной платформой описывается динамикой обратного маятника на колесе [5].

Вид математической модели обратного маятника определяется способом ее вывода (например, используются законы Ньютона или уравнения Эйлера–Лагранжа), а также параметрами системы.

В качестве математической модели обратного маятника на колесе была использована система уравнений, полученная в [6]:

$$\begin{cases} (a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \cos^2 \beta)\ddot{\beta} + a_{12}\dot{\beta}^2 \sin \beta \cos \beta - \\ - a_{11}mgb \sin \beta = (a_{11} + a_{12} \cos \beta)L; \\ (a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \cos^2 \beta)\dot{\omega} - a_{12}a_{22}\dot{\beta}^2 \sin \beta + \\ + a_{12}mgb \sin \beta \cos \beta = -(a_{22} + a_{12} \cos \beta)L, \end{cases} \quad (1)$$

где  $a_{11} = M(R^2 + \rho^2) + mR^2$ ;  $a_{12} = mRb$ ;  $a_{22} = mr^2$ ;  $M$ ,  $R$ ,  $\omega$  — масса, радиус и угловая скорость колеса;  $\rho$  — радиус инерции колеса относительно его центра;  $\beta$  — угол отклонения маятника от вертикали;  $m$  — масса маятника;  $b$  — расстояние от точки подвеса маятника до его центра масс;  $r$  — радиус инерции маятника относительно точки подвеса;  $L$  — развиваемый двигателем момент.

Для определения перемещения маятника необходимо знать угол поворота колеса, поэтому во втором уравнении системы (1) заменим угловую скорость  $\omega$  на производную от угла поворота  $\varphi$ :

$$\begin{cases} (a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \cos^2 \beta)\ddot{\beta} + a_{12}\dot{\beta}^2 \sin \beta \cos \beta - \\ - a_{11}mgb \sin \beta = (a_{11} + a_{12} \cos \beta)L; \\ (a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \cos^2 \beta)\ddot{\varphi} - a_{12}a_{22}\dot{\beta}^2 \sin \beta + \\ + a_{12}mgb \sin \beta \cos \beta = -(a_{22} + a_{12} \cos \beta)L. \end{cases} \quad (2)$$

Перемещение маятника определяется уравнением:

$$x = \varphi R. \quad (3)$$

Рассматриваемый маятник имеет следующие параметры:  $M = 0,370$  кг;  $R = 0,035$  м;  $\rho = 0,025$  м;  $m = 0,7$  кг;  $b = 0,055$  м;  $r = 0,082$  м.

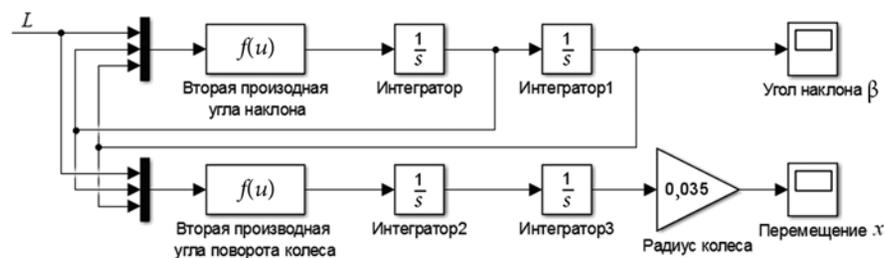


Рис. 1. Модель Simulink двухколесной платформы

Используя пакет Simulink системы MATLAB и уравнения (2), (3), можно построить программную модель двухколесной платформы, которая будет представлять собой набор блоков, изображенных на рис. 1.

Блок «Вторая производная угла наклона» реализует первое уравнение системы (2), а блок «Вторая производная угла поворота колеса» — второе. На вход обоих блоков поступает момент двигателя, угол наклона и производная угла наклона.

### Обзор и моделирование систем управления двухколесной балансирующей платформой

Существует ряд систем управления двухколесной платформой, в которых реализовано регулирование нескольких параметров посредством изменения скорости вращения колес [2]. Рассмотрим существующие схемы управления.

В [7] представлена система управления, контролирующая четыре параметра: угол наклона платформы, угловую скорость наклона, положение и скорость перемещения платформы. Система управления реализует два ПД-регулятора (один для угла, второй для положения). Выходные сигналы обоих ПД-регуляторов суммируются и образуют единый сигнал управления. Исходя из этого общее название схемы из [7] можно сформулировать следующим образом: ПД-регулятор угла и ПД-регулятор положения с управлением через их сумму. Схема системы управления, предложенная в работе [7], представлена на рис. 2.

В [8] дана система управления двухколесной платформой, которая осуществляет контроль за тремя параметрами: скоростью перемещения платформы, углом и угловой скоростью наклона. Стабилизация угла наклона платформы происходит посредством ПД-регулятора, скорости — за счет ПИД-регулятора. В ПД-регулятор угла входит дополнительная составляющая, которая пропорциональна скорости перемещения. Поскольку требуется стабилизировать перемещение и угол наклона платформы, то вместо контроля скорости перемещения отслеживается перемещение платформы. Поэтому общее название схемы из [8]: ПД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения с управлением через их сумму и дополнительной связью между углом и положением. Схема системы управления платформой из работы [8] изображена на рис. 3.

В [9] система управления платформой контролирует два параметра: положение и угол наклона. Угол наклона стабилизируется классическим, а положение — нечетким ПД-регуляторами. Выходы регуляторов суммируются и задают необходимую текущую скорость вращения колес платформы.

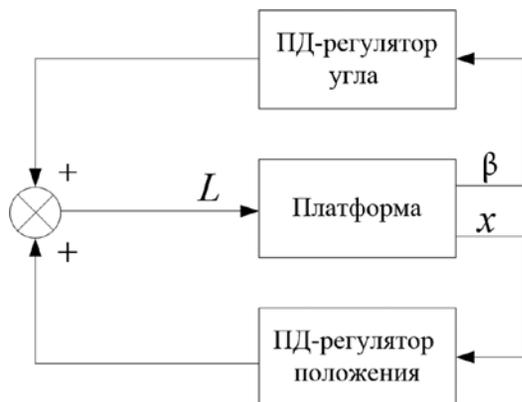


Рис. 2. Система управления в [7]

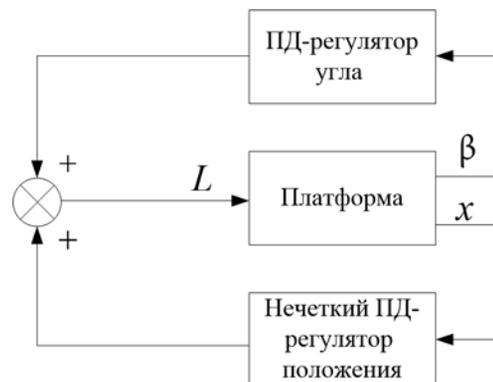


Рис. 4. Система управления платформой из [9]

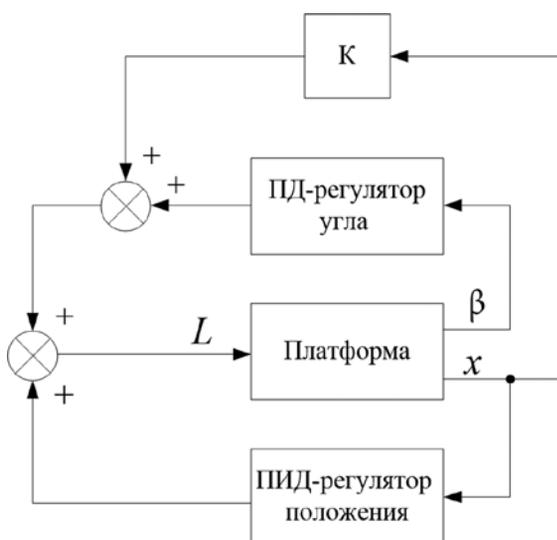


Рис. 3. Схема системы управления из [8]

Следовательно, общее название данной системы управления: ПД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через их сумму. Схема системы управления приведена на рис. 4.

В [10] описана система управления, где угол и положение платформы стабилизируются нечеткими ПД-регуляторами (нечеткий ПД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через их сумму). Система управления из работы [10] показана на рис. 5.

В работе [1] предложена система управления платформой, структурная схема которой представлена на рис. 6. Общее название данной системы управления: ПИД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения с управлением через угол.

В схеме на рис. 6 стабилизация угла  $\beta$  и положения платформы  $x$  осуществляется посредством ПИД-регуляторов. Особенностью данной схемы является то, что управляющие воздействия регуляторов не суммируются, а образуют цепочку, при которой ПИД-регулятор положения корректирует угол наклона платформы так, чтобы она вернулась в исходное положение, то есть происходит последовательное регулирование параме-

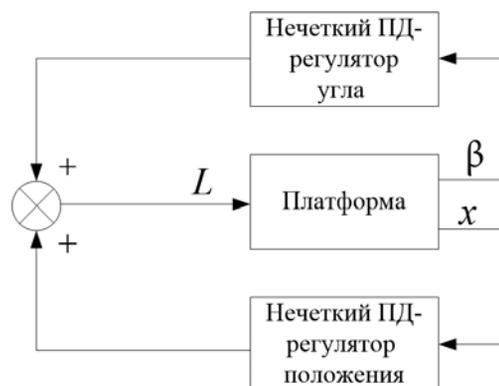


Рис. 5. Схема системы управления из [10]

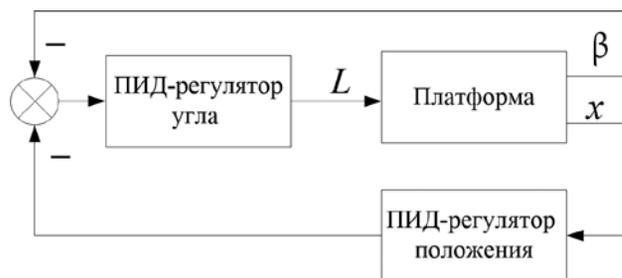


Рис. 6. Структурная схема системы управления из [1]

тров. Когда ошибка положения станет близка к нулю, ПИД-регулятор положения перестанет воздействовать на угол наклона платформы, а ПИД-регулятор угла вернет ее в вертикальное положение.

Рассмотрим следующие варианты модификации предложенной схемы управления с использованием аппарата нечеткой логики.

1. ПИД-регулятор угла заменяется нечетким ПД-регулятором, ПИД-регулятор положения остается без изменений.

2. ПИД-регулятор угла остается без изменений, вместо ПИД-регулятора положения используется нечеткий ПД-регулятор.

3. ПИД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения заменяются нечеткими ПД-регуляторами.

В качестве нечеткого ПД-регулятора используем регулятор из [10].

Система управления по первому варианту изменений приведена на рис. 7.

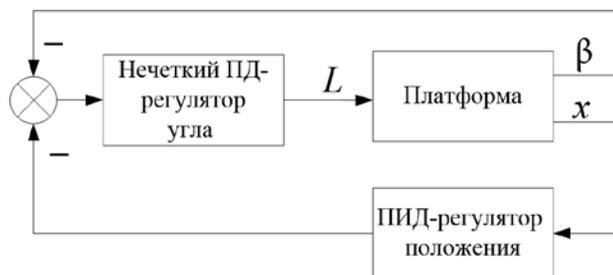


Рис. 7. Система управления из [1] с нечетким ПД-регулятором угла

Вид системы управления по второму и третьему варианту изменений очевиден и представлен не будет.

В [11] даны рекомендации по улучшению качества нечеткого регулятора, основанные на неравномерном расположении функций принадлежности по носителю. В соответствии с ними был разработан улучшенный нечеткий ПД-регулятор, в основу работы которого легла база правил из [9].

Улучшенные нечеткие регуляторы были использованы в модифицированных моделях схемы управления, предложенной в [1].

### Результаты имитационного моделирования схем управления двухколесной балансирующей платформой

MATLAB Simulink позволяет выполнить имитацию модели в режиме модельного времени, что дает возможность сравнить все описанные модели систем управления платформой.

Имитация каждой модели осуществлялась в течение 20 отсчетов модельного времени. Для того чтобы показать конечность момента реального двигателя, момент  $L$  был ограничен до 2 (Н·м). Этого вполне достаточно, чтобы платформа стабилизировалась и не падала. Начальный угол наклона платформы принимали равным  $-0,5$  рад.

Модели были отлажены и оптимизированы с помощью ручного подбора параметров (коэффициентов звеньев регуляторов) с целью достижения максимально возможного качества управления. Критерии качества — величина перерегулирования и длительность переходного процесса [12].

В таблице представлены результаты измерения качества управления по каждой модели и отчетливо видно, что система управления с нечетким ПД-регулятором угла (улучшенным) и ПИД-регулятором положения с управлением через угол имеет минимальное значение перерегулирования угла, небольшую длительность переходного процесса угла наклона, малое перерегулирование положения, но самую большую длительность переходного процесса для положения.

Система управления с нечетким ПД-регулятором угла и нечетким ПД-регулятором положения с управлением через их сумму имеет достаточно большое значение перерегулирования угла наклона, самую большую длительность переходного процесса угла наклона, но в то же время — приемлемые показатели для положения платформы.

### Заключение

Были рассмотрены различные виды систем управления двухколесной балансирующей платформой со стабилизацией нескольких параметров (угла наклона и положения платформы).

Предложена новая система управления двухколесной балансирующей платформой, основанная на последовательной схеме регулирования параметров. На основе нечеткой логики представлены различные модификации разработанной схемы. Разработаны системы управления, в которых нечеткий регулятор обеспечивает переменный коэффициент усиления на разных этапах переходного процесса.

При помощи пакета Simulink программы MATLAB построены и отлажены модели систем управления. Проведение имитационного эксперимента позволило измерить показатели их качества. Полученные количественные результаты по характеристикам переходных процессов для рассмотренных систем управления платформой позволяют сравнить, проанализировать и выбрать схему управления в зависимости от потребностей предметной области.

Результаты исследования могут быть использованы для дальнейшего изучения и проектирования систем управления двухколесной балансирующей платформой.

### Литература

1. **Мялик Я.В., Федулов А.С.** Система управления двухколесной балансирующей платформой // Энергетика, Информатика, Инновации — 2013. ЭИИ-2013: Сб. трудов Междунар. науч.-техн. конф. В 2 т. Т. 1. Секции 1 — 4. Смоленск: Универсум, 2013. С. 71 — 75.
2. **Мялик Я.В., Федулов А.С.** Системы управления двухколесными роботами с несколькими стабилизируемыми параметрами // Энергетика, Информатика, Инновации — 2014. ЭИИ-2014: Сб. трудов Междунар. науч.-техн. конф. В 2 т. Т. 1. Секции 1 — 4. Смоленск: Универсум, 2014. С. 219 — 222.
3. **Suprpto B.Y., Amri D., Dwijayanti S.** Comparison of control methods pd, pi, and pid on two wheeled self balancing robot // Proc. Intern. Conf. Electrical Eng., Computer Sci. and Informatics (EECSI 2014). Yogyakarta, 2014. P. 20 — 21.
4. **Павлов А.Н., Соколов Б.В.** Принятие решений в условиях нечеткой информации. СПб.: ГУАП, 2006.

## Результаты моделирования систем управления двухколесной платформой

| Система управления                                                                                                            | Регулятор угла       |                                        | Регулятор положения  |                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------------|----------------------|----------------------------------------|
|                                                                                                                               | Перерегулирование, % | Длительность процесса, модельное время | Перерегулирование, % | Длительность процесса, модельное время |
| ПД-регулятор угла и ПД-регулятор положения с управлением через их сумму [8]                                                   | 21,78                | 3,53                                   | 0,06                 | 4,38                                   |
| ПД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения с управлением через их сумму и дополнительной связью между углом и положением [9] | 20,72                | 1,81                                   | 0,30                 | 5,89                                   |
| ПД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через их сумму [10]                                         | 38,30                | 2,28                                   | 1,90                 | 1,72                                   |
| Нечеткий ПД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через их сумму [11]                                | 33,46                | 4,18                                   | 0,11                 | 4,56                                   |
| ПИД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения с управлением через угол [1]                                                     | 11,02                | 2,03                                   | 0,57                 | 6,47                                   |
| Нечеткий ПД-регулятор угла и ПИД-регулятор положения с управлением через угол                                                 | 11,34                | 2,14                                   | 0,94                 | 6,12                                   |
| ПИД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через угол                                                 | 9,20                 | 2,34                                   | 0,75                 | 6,09                                   |
| Нечеткий ПД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения с управлением через угол                                         | 9,10                 | 2,74                                   | 0,15                 | 7,27                                   |
| Нечеткий ПД-регулятор угла (улучшенный) и ПИД-регулятор положения с управлением через угол                                    | 6,46                 | 2,04                                   | 0,31                 | 9,40                                   |
| ПИД-регулятор угла и нечеткий ПД-регулятор положения (улучшенный) с управлением через угол                                    | 18,04                | 1,53                                   | 5,93                 | 3,30                                   |
| Нечеткий ПД-регулятор угла (улучшенный) и нечеткий ПД-регулятор положения (улучшенный) с управлением через угол               | 7,90                 | 1,90                                   | 9,73                 | 8,08                                   |

5. **Гницевич А.И., Гришин В.О.** Аспекты развития робототехники // Обеспечение безопасности жизнедеятельности: проблемы и перспективы: Сб. материалов VIII Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых: курсантов (студентов), слушателей магистратуры и адъюнктов (аспирантов). В 2-х ч. Ч. 1. Минск: КИИ, 2014. С. 137 — 138.

6. **Формальский А.М.** Управление движением неустойчивых объектов. М.: Физматлит, 2012.

7. **Robotics and Automation Laboratory at the University of Western Australia** // Balancing a Two-Wheeled Autonomous Robot [Офиц. сайт]. <http://robotics.ee.uwa.edu.au/theses/2003-Balance-Ooi.pdf> (дата обращения 12.05.16).

8. **Li C., Gao X., Li K.** Smooth control the coaxial self-balance robot under impact disturbances // Intern. J. Advanced Robotic Systems. 2011. N 2. P. 59 — 67.

9. **Junfeng Wu, Wanying Zhang, Shengda Wang** A two-wheeled self-balancing robot with the fuzzy pd control method. // Mathematical Problems in Eng. 2012. [Электрон. ресурс]. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/469491> (дата обращения 11.05.16).

10. **Goher K., Tokhi M., Siddique N.** Dynamic modeling and control of a two wheeled robotic vehicle with a virtual payload // ARPN J. Eng. and Appl. Sci. 2011. N 3. P. 7 — 41.

11. **Бураков М.В., Коновалов А.С.** Синтез нечетких логических регуляторов // Информационно-управляющие системы. 2011. № 1. С. 22 — 27.

12. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972.

*Статья поступила в редакцию 11.02.2016*