ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (05.13.06)

УДК 621.398
DOI: 10.24160/1993-6982-2020-1-89-96

Применение интервального подхода к построению статических характеристик объекта

Н.В. Скибицкий

Дан анализ источников неопределенности и особенностей применения различных моделей описания неточных данных, а также подходов к решению задачи построения прямой и обратной статических характеристик системы по неточным данным.
Показано, что нечеткая модель, имеющая в своей основе понятия нечеткого множества и функции принадлежности, пригодна для описания широкого спектра источников неопределенности, однако ее применение встречает методологические трудности при сравнении и ранжировании нечетких чисел и сглаживании нечетких данных.
Применение подхода, основанного на вероятностной модели описания неопределенности, целесообразно лишь в случае, когда неопределенность связана только со случайностью, описание других ее источников в рамках этой модели затруднительно. Более того, даже в этом случае задача построения обратной характеристики объекта сталкивается с серьезными теоретическими трудностями, а формальное применение аппарата регрессионного анализа дает результаты, далекие от истинных.
В этой связи представляется перспективным подход, основанный на интервальной модели описания неопределенности, предполагающий, что ошибки эксперимента ограничены по величине. Это позволяет описать широкий класс неточных исходных данных и учесть широкий спектр априорной информации об ошибках, включая сведения об абсолютных и относительных ошибках, ошибках округления, экспертную информацию.
В рамках рассматриваемого подхода к построению статических характеристик систем по экспериментальным данным предложена процедура обработки представленных в интервальной форме данных, позволяющая определить гарантированный интервал неопределенности статической характеристики.

Ключевые слова: неопределенность экспериментальных данных, модели описания неопределенности, интервальная модель неопределенности, интервальный анализ, прямая и обратная статические характеристики объекта, интервальное оценивание статических характеристик.

Для цитирования: Скибицкий Н.В. Применение интервального подхода к построению статических характеристик объекта // Вестник МЭИ. 2020. № 1. С. 89—96. DOI: 10.24160/1993-6982-2020-1-89-96.

Application of the Interval Approach to Constructing the Static Characteristics of an Object

N.V. Skibitsky

Uncertainty sources and peculiarities connected with using various models for describing inaccurate data, and approaches to solving the problem of obtaining the direct and inverse static characteristics of a system based on inaccurate data are analyzed.

It is shown that a fuzzy model constructed proceeding from the fuzzy set and membership function concepts is suitable for describing a wide range of uncertainty sources; however, attempts to apply it encounter methodological difficulties in comparing and ranking fuzzy numbers and smoothing fuzzy data.
Application of an approach uncertainty in which is described by means of a probabilistic model makes sense if uncertainty is solely due to randomness; description of its other sources within this model involves difficulties. Moreover, even in this case, the problem of constructing the inverse characteristic of an object involves serious theoretical difficulties, and attempts to formally apply the regression analysis techniques yield results that are far from being true.
In view of what was said, it seems promising to use an approach based on an interval uncertainty description model, in which experimental errors are assumed to be limited in value. With this approach, it becomes possible to describe a wide class of inaccurate source data and take into account a wide range of a priori information about errors, including absolute and relative errors, rounding errors, and expert judgment. Within the framework of the considered approach to constructing static characteristics of systems based on experimental data, a procedure for processing data presented in the interval form is proposed, which makes it possible to determine the guaranteed static characteristic uncertainty interval.

Key words: experimental data uncertainty, uncertainty description models, interval uncertainty model, interval analysis, direct and inverse static characteristics of an object, interval estimation of static characteristics.

For citation: Skibitsky N.V. Application of the Interval Approach to Constructing the Static Characteristics of an Object. Bulletin of MPEI. 2020;1:89—96. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2020-1-89-96.

Введение

Решение задачи управления системой или прогноза ее состояния — завершающий этап длительного процесса, включающего построение математической модели. На практике для описания объекта часто используется линейная по параметрам статическая характеристика, позволяющая решать так называемые прямые задачи, связанные с оценкой выходного значения y при заданном входном значении x [1 — 4]. Применительно к системе с одним входом и одним выходом она может быть представлена в виде

$$y = f(x) = b_1\varphi_1(x) + ... + b_m\varphi_m(x), \qquad (1)$$

где $f(x)$ — функция преобразования; $\varphi_i(x)$ — известные базисные функции; b_i — неизвестные параметры.

В ряде случаев необходимо решать и обратную задачу, т. е. находить оценку x при заданном значении y в соответствии с выражением

$$x = f^{-1}(y) = \psi(a_1, ..., a_m, y), \qquad (2)$$

где a_i — неизвестные параметры, выражаемые через b_i.

Такая задача актуальна при исследовании следящих систем, в метрологии при получении градуировочной характеристики и т. д. [5 — 8].

Для получения математической модели часто применяется концепция «черного ящика», когда в ходе исследования наблюдению и измерению доступны только входная и выходная переменные объекта. Тогда основой для решения задачи построения модели становятся данные эксперимента, которые можно представить в виде множества $\{x_i, y_i, i = 1...n\}$, содержащего n пар значений измеряемых величин x_i, y_i.

На практике переменные x и y определяются с ошибками, которые могут иметь различную природу, а механизм их действия описывается сложными моделями. Таким образом, исследователь часто имеет дело с неточно определенными данными, а, значит, модель оказывается известной лишь приближенно. Поэтому важно правильно оценить помехи, действующие на объект, что невозможно без выбора адекватной формы описания данных, полученных в условиях неопределенности. В зависимости от специфики задачи, источниками неопределенности в общем случае могут выступать различные факторы (рис. 1).

В процессе решения задач анализа и обработки неточно известных данных следует выполнять различные операции, результат которых и его интерпретация зависят от принятой исследователем модели описания неопределенности.

Модели описания неопределенности

Для описания неопределенности данных используются три модели: вероятностная, нечеткая и интервальная. Каждая из них имеет свою область предпочтительного применения, определяемую природой возникновения неопределенности, априорными знаниями об объекте, учетом условий его функционирования.

Нечеткая модель в своей основе содержит понятия нечеткого множества и функции принадлежности, задаваемой обычно экспертным путем и определяющей степень принадлежности возможного значения нечеткой переменной нечеткому множеству [9]. Она пригодна для описания широкого спектра источников неопределенности, однако ее применение встречает методологические трудности при сравнении и ранжировании нечетких чисел и сглаживании нечетких данных.

Вероятностная модель используется для описания неточных данных в предположении, что они являются случайными величинами [1, 3, 10 — 12]. Исчерпывающим описанием непрерывной случайной величины x является ее функция плотности вероятности. Отметим, что на практике исследователь, не имея возможности на основе ограниченных наблюдений получить точное описание функции плотности вероятности, оперирует с ее статистической оценкой. Вероятностный подход к решению задачи построения статической характеристики объекта в условиях неопределенности получил наибольшее распространение.

В рамках данного подхода детально проработана процедура построения обратной функции [7, 10, 11],

Рис. 1. Источники неопределенности

которая, как правило, включает два шага. Сначала по экспериментальным данным находят оценки коэффициентов прямой функции, а затем алгебраически осуществляют переход к обратной зависимости. Тогда оценки коэффициентов обратной зависимости определяются оценками неточно определенных коэффициентов прямой функции, и предсказанное значение входной переменной будет содержать ошибки.

Концепция, основанная на вероятностной модели описания неопределенности, подробно рассмотрена в [13]. Там же отмечены ограничения на ее использование, связанные с необходимостью выполнения достаточно жесткой системы предпосылок регрессионного анализа. Вместе с тем, практические приложения регрессионного анализа показали, что его исходные предпосылки часто далеки от реальности [14 — 16], а оптимальные свойства получаемых оценок параметров справедливы только для прямой модели. В рамках регрессионного анализа не разработан теоретически обоснованный метод построения обратной характеристики, поэтому применение вероятностного подхода к решению задачи ее получения приводит к серьезным трудностям, а формальное применение регрессионного анализа дает результаты, далекие от истинных.

Применение данной модели целесообразно в случае, если неопределенность связана только со случайной вариабельностью. Описание других источников неопределенности в рамках вероятностной модели затруднительно.

Интервальный подход к решению задачи построения статической характеристики объекта в условиях неопределенности

Представляет интерес интервальная модель оценки неопределенности [15 — 17], принципиальным моментом которой является гипотеза о том, что истинное значение некоторого параметра a достоверно принадлежит интервалу $a \in [a] = [a^-, a^+]$, где a^-, a^+ — нижняя и верхняя границы интервала $[a]$. Для его определения может быть использован широкий спектр априорной информации: сведения об абсолютных и относительных ошибках, ошибках округления, экспертные данные, ошибки, связанные с вариабельностью переменной и т. д. При этом на интервале не может быть задана какая-либо вероятностная мера в виде функции плотности вероятности (как в вероятностной модели) или функции принадлежности (как в нечеткой модели) [18].

В зависимости от того, в какой форме и из какого источника получена информация о неопределенности величины a, встречаются три формы записи границ интервала, между которыми существует взаимно однозначное соответствие:

- границы $a_{\min}$ и $a_{\max}$:

$$[a] = [a_{\min}; a_{\max}];$$

- точечное значение a (середина интервала) и абсолютная ошибка Δ:

$$[a] = [a - \Delta; a + \Delta];$$

- точечное значение a и относительная ошибка $\delta = \Delta/a$:

$$[a] = [a - \delta|a|; a + \delta|a|].$$

Результатом операций с интервалами всегда является интервал.

В работе использован аппарат интервального анализа [19], который, в отличие от интервальной компьютерной арифметики, позволяет оперировать с именами переменных, а не только с их значениями, что обеспечивает выполнение дистрибутивного закона и наличие обратного элемента. Таким образом, в интервальном анализе каждая интервальная величина задается как единая сущность, состоящая из имени переменной и интервала ее возможных значений, в то время как применение интервальной арифметики приводит к получению так называемого «интервального расширения» [20].

При решении задач построения прямой (1) и обратной (2) статических характеристик объекта для облегчения понимания предлагаемого подхода и обеспечения его геометрической интерпретации, изложение проведем применительно к однофакторной линейной по параметрам модели.

Интервальный подход к описанию неопределенности позволяет с помощью модели (1) представить экспериментальные данные в виде двух интервальных векторов $[\mathbf{x}] = ([x_1] \ldots [x_i] \ldots [x_n])$ и $[\mathbf{y}] = ([y_1] \ldots [y_i] \ldots [y_n])$. При этом каждый интервал $[x_i]$ или $[y_i]$ определяет множество всех возможных значений переменной и называется интервальным наблюдением. Каждому интервальному наблюдению $[x]$ или $[y]$ соответствует не точка, а интервал. Если ошибка имеет место как при определении x, так и y, то на графике зависимости $y(x)$ каждому интервальному наблюдению соответствует прямоугольник, высота которого определяется Δ_y (ошибкой в переменной y), а ширина — ошибкой Δ_x в переменной x. При малых значениях Δ_x прямоугольники вырождаются в вертикальные линии. Диапазон изменения переменной y определяется, исходя из результатов дублирования опытов по максимальному и минимальному ее значениям [21].

Гипотеза об однородности выборочных данных предполагает проверку принадлежности интервальных наблюдений $[x_i]$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ одной генеральной совокупности X. Поскольку однородная выборка оценивает одно и то же неизвестное значение, то оно должно принадлежать всем интервальным наблюдениям. Следовательно, гипотеза об однородности интервальной выборки $\{[x_1] \ldots [x_i] \ldots [x_m]\}$ принимается, если все интервальные наблюдения $[x_i]$ пересекаются, и их можно рассматривать как различные наблюдения одной и той же величины x. Это позволяет заменить интервальную выборку одним интервалом неопределенности $[x] = [\min(x_{i\min}), \max(x_{i\max})]$, геометрически определяемым как объединение всех выборочных интервалов.

Если существует хотя бы одно наблюдение $[x_k]$, которое не пересекается с остальными, то гипотезу об однородности выборки следует отвергнуть.

Адекватной интервальным данным считается любая функция, проходящая через все интервальные наблюдения. Очевидно, что можно подобрать различные функции, которые удовлетворяют этому условию. На практике часто предпочитают линейные по параметрам (линейные, квадратичные или степенные) функции, которые можно записать в виде (1), где $\mathbf{b}$ — вектор подлежащих определению коэффициентов. Если через все интервальные наблюдения можно провести горизонтальную линию, то это свидетельствует об отсутствии связи между переменными, и модель теряет смысл.

Неизвестные коэффициенты каждой функции из предполагаемого набора могут быть рассчитаны методом наименьших квадратов (МНК) по средним точкам интервальных наблюдений, тогда в качестве единственной функции из набора выбирается наиболее простая [22].

Очевидно, что через интервальные наблюдения можно провести много функций заданного вида, отличающихся только значением вектора параметров $\mathbf{b}$, который можно отобразить точкой в пространстве соответствующей размерности. Следовательно, множеству всех адекватных моделей соответствует область B всех возможных векторов $\mathbf{b}$, получаемая в результате решения системы линейных интервальных уравнений:

$$B = \{\mathbf{b} : F\mathbf{b} = \mathbf{y},\ F \in [F],\ \mathbf{y} \in [\mathbf{y}]\},$$

где $\mathbf{b}$ — вектор искомых коэффициентов; $[F]$ — матрица интервальных значений базисных функций; $[\mathbf{y}]$ — вектор интервальных наблюдений выходной переменной.

Множество точек области B можно получить с помощью метода Монте–Карло, генерируя различные наборы «точечных наблюдений» $(x_i, y_i, i = 1, \ldots, n)$, выбираемых внутри имеющихся интервальных наблюдений. По данным каждого из таких экспериментов можно рассчитать один вектор оценок. Однако подобное моделирование излишне с учетом того, что область B представляет собой выпуклый многогранник в пространстве параметров [22], что позволяет при ее описании ограничиться вычислением лишь конечного числа $\mathbf{b}^{(k)}$ его вершин. Каждой из вершин соответствует характеристика, проходящая по границам интервальных наблюдений. В случае двух параметров эта область является выпуклым четырехугольником (рис. 2). Если границы интервального параметра b_j имеют разные знаки, то это означает, что одним из возможных значений коэффициента является нуль. Тогда не отвергается гипотеза $H_0 : b_j = 0$, и коэффициент считается незначимым. Иначе говоря, если полученная область B:

- не пересекается ни с одной из координатных осей, то гипотезы $H_0 : b_j = 0$ необходимо отвергнуть для всех коэффициентов, т. е. все коэффициенты значимы;
- пересекается с j-й координатной осью, то возможным значением соответствующего коэффициента становится $b_j = 0$, и он должен быть исключен из модели.

На рисунке 2 область B не пересекает ни одну из координатных осей, поэтому можно сделать вывод, что оба коэффициента значимы.

С учетом выпуклости области B, достаточно найти лишь координаты четырех ее вершин $\mathbf{b}^{(1)}$, $\mathbf{b}^{(2)}$, $\mathbf{b}^{(3)}$, $\mathbf{b}^{(4)}$, где вершина $\mathbf{b}^{(1)}$ рассчитывается для эксперимента,

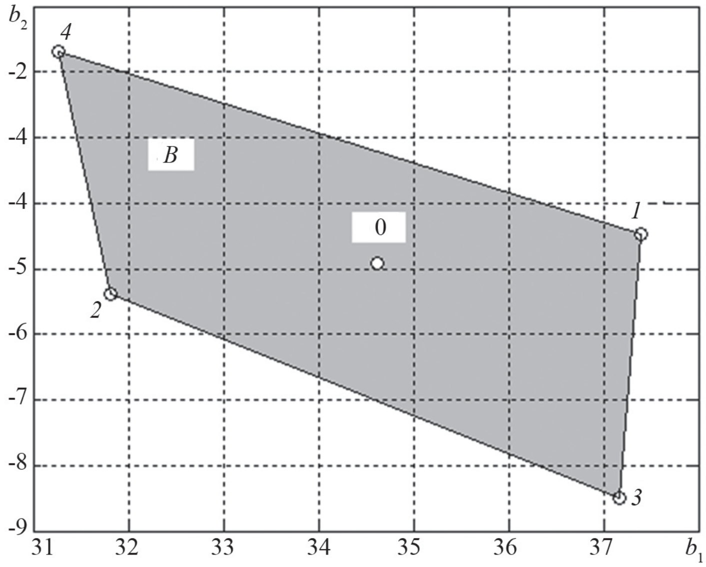

Рис. 2. Области изменения коэффициентов прямой интервальной модели

в котором переменные установлены на своих верхних границах $x_{i\max}$, $y_{i\max}$, а вершина $\mathbf{b}^{(2)}$ — по данным нижних границ $x_{i\min}$, $y_{i\min}$. Векторы коэффициентов $\mathbf{b}^{(3)}$, $\mathbf{b}^{(4)}$ определяются по двум наиболее разнесенным в области переменной y экспериментальным точкам $(x_{1\max}, y_{1\max})$, $(x_{n\min}, y_{n\min})$ и $(x_{1\min}, y_{1\min})$, $(x_{n\max}, y_{n\max})$. Отдельно вычисляется средняя точка четырехугольника $\mathbf{b}^{(0)}$, которой соответствует характеристика, рассчитанная с использованием центров интервальных наблюдений.

Для расчета интервала неопределенности сглаживаемой кривой используются правила построения интервальной функции в соответствии с базовым принципом интервального анализа: интервал неопределенности результата — есть множество его возможных значений, получаемых при варьировании переменных и параметров задачи в границах известных интервалов.

Если значения переменных или/и коэффициентов для функции векторного аргумента $y = f(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ заданы в интервальном виде, то ее значение при фиксированном значении аргумента также будет интервалом. Границы интервального значения функции определяются как ее предельные значения при изменении коэффициентов b_j и переменных x_i внутри заданных интервалов:

$$[y] = [y^-, y^+] = [y{:}y = f(\mathbf{b}, \mathbf{x}),\ \ \mathbf{x} \in [\mathbf{x}],\ \ \mathbf{b} \in \mathbf{B}].$$

В случае однофакторной линейной модели в интервальном методе (в отличие от вероятностного подхода) границы коридора ошибок модели описываются не двумя, а четырьмя функциями $y(\mathbf{b}^{(1)}, x)$, $y(\mathbf{b}^{(2)}, x)$, $y(\mathbf{b}^{(3)}, x)$, $y(\mathbf{b}^{(4)}, x)$, коэффициенты которых совпадают с координатами вершин области B. При этом первая пара функций описывает коридор ошибок модели внутри диапазона изменения переменной x в эксперименте, а вторая пара — коридор вне этого диапазона, т. е. коридор неопределенности описывается не гладкой функцией, как при статистическом подходе, а кусочно-линейным сплайном (рис. 3).

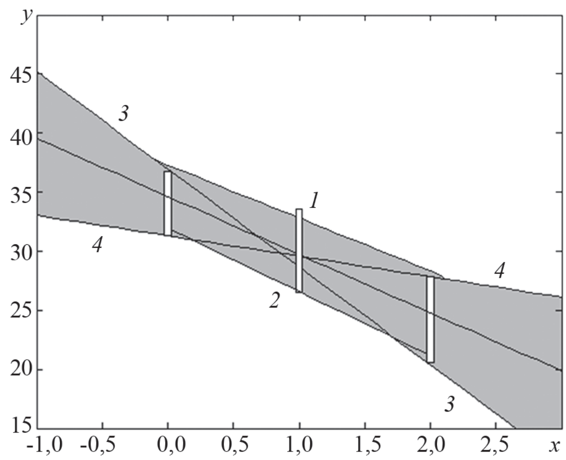

Рис. 3. Коридор неопределенности прямой интервальной модели

Интервалы неопределенности моделей на рис. 3 получены с использованием множества B возможных значений коэффициентов. Цифры *1* — *4* на рис. 2, 3 обозначают соответствия между вершинами области B (рис. 2) и функциями (рис. 3). Центральная прямая на рис. 3 построена как полусумма границ коридора ошибок.

Задача построения обратных характеристик объекта в технических приложениях обычно решается для однофакторных, монотонных функций, обеспечивающих однозначность преобразования. В этом случае сначала по экспериментальным данным находят значения b_j коэффициентов прямой модели (1), а затем по ним рассчитывают параметры a_j обратной функции (2), что позволяет записать искомую обратную статическую характеристику.

В общем случае из-за часто присущей обратному преобразованию существенной нелинейности модель ошибки обратной характеристики является очень сложной и не может быть описана в терминах абсолютной или относительной ошибок фиксированной кривой (2). Тогда наиболее полной характеристикой точности ее описания становится интервал неопределенности:

$$x_{\min}(y) \le x(y) \le x_{\max}(y),$$

где $x(y)$ — неизвестное точное значение измеряемой величины; $x_{\min}(y)$, $x_{\max}(y)$ — нижняя и верхняя границы ее возможных значений.

Тогда множеству всех адекватных прямых моделей, определяемых выпуклой областью B всех возможных векторов **b**, в случае двух параметров, имеющих вид замкнутого четырехугольника с координатами вершин $\mathbf{b}^{(1)}$, $\mathbf{b}^{(2)}$, $\mathbf{b}^{(3)}$, $\mathbf{b}^{(4)}$, соответствуют векторы $\mathbf{a}^{(j)} \in A$, определяющие четыре обратных модели $x(\mathbf{a}^{(1)}, y)$, $x(\mathbf{a}^{(2)}, y)$, $x(\mathbf{a}^{(3)}, y)$, $x(\mathbf{a}^{(4)}, y)$ и задающие коридор возможных ошибок обратной функции, т. е. ее интервал неопределенности $[x(y)] = [x_{\min}(y), x_{\max}(y)]$. Отметим, что только в линейном случае вид прямой и обратной моделей совпадает, и формулы пересчета коэффициентов оказываются достаточно простыми. В остальных случаях обратное преобразование меняет структуру функции. Его особенности описаны в [13].

Границы интервала неопределенности обратной функции определяются выражением

$$x_{\min}(y) = \min_{y}\left\{x(\mathbf{a}^{(1)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(2)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(3)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(4)}, y)\right\};$$

$$x_{\max}(y) = \max_{y}\left\{x(\mathbf{a}^{(1)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(2)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(3)}, y),\ x(\mathbf{a}^{(4)}, y)\right\}.$$

Предсказанное $\hat{x}(y)$ значение рассчитывается по формуле:

$$\hat{x}(y) = 0,5\left\{x_{\min}(y) + x_{\max}(y)\right\}.$$

Из-за наличия ошибок эксперимента значения $\mathbf{b}^{(k)}$ и, следовательно, $\mathbf{a}^{(k)}$ неточны. В силу этого предсказанное значение $\hat{x}(y)$ будет также содержать неизбежные ошибки.

Продемонстрируем схему применения двухэтапной процедуры построения обратной функции на примере линейной функции:

$$[y] = [b_1] + [b_2]x. \qquad (3)$$

Опытам в эксперименте соответствуют прямоугольные области неопределенности. Границы коридора ошибок прямой модели имеют вид кусочно-линейных функций, образованных четырьмя экстремальными прямыми, коэффициенты которых задаются векторами $\mathbf{b}^{(k)}$, $k = 1...4$.

Учитывая взаимно однозначное соответствие между переменными, на основе линейной модели (3) легко получить обратную интервальную модель

$$[x] = -[b_1]/[\mathrm{b}_2] + (-1/[b_2]y) = a_1 + a_2 y,$$

которая и является искомой обратной функцией.

Координаты четырех вершин $\mathbf{a}^{(k)}$ определяются преобразованием координат соответствующих вершин области B.

Пример области коэффициентов обратной интервальной модели представлен на рис. 4. Учитывая, что область A не пересекают ни одна из координатных осей, можно сделать вывод, что оба коэффициента обратной моделей значимы.

На рис.5 изображен интервал неопределенности обратной моделей, полученный с использованием множества возможных коэффициентов, представленных на рис. 4.

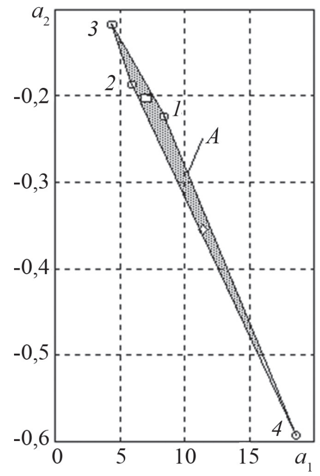

Рис. 4. Область коэффициентов обратной интервальной модели

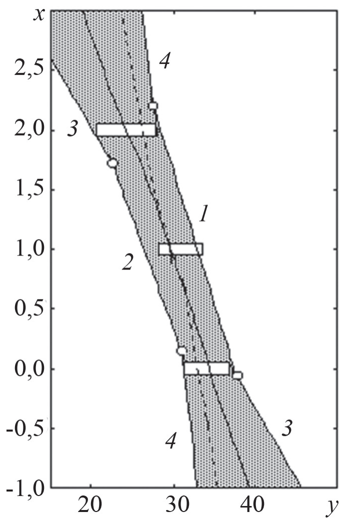

Рис. 5. Коридор ошибок обратной интервальной модели

Каждый вектор коэффициентов получен с помощью МНК, а прямые проведены через экстремальные точки.

Граница *1* определяется вектором $\mathbf{a}^{(1)}$, граница *2* — вектором $\mathbf{a}^{(2)}$ и т. д.

Заключение

Разработан подход к решению задачи построения как прямой, так и обратной статических характеристик объекта, основанный на применении аппарата интервального анализа и позволяющий получить математические модели по неточным экспериментальным данным, неопределенность которых может иметь разные источники и природу.

Настоящий подход:

● лишен методологических недостатков при интеграции различных источников неопределенности, вызванных как случайной вариабельностью, так и источниками нестатистической природы, что позволяет включать в рассмотрение широкий спектр информации об ошибках, как во входной, так и в выходной переменных;

● обеспечивает расчет как точечных прямой и обратной функций, так и гарантированного интервала неопределенности.

Полученные интервальным методом обратные статические характеристики можно использовать для решения широкого класса задач, в частности, для анализа следящих систем и построения калибровочных характеристик измерительных систем.

Применение интервального подхода позволяет снять многие проблемы и методические сложности, возникающие при решении прикладных задач статистическими методами. Полученные на его базе результаты имеют ясную и четкую интерпретацию в терминах интервалов и областей неопределенности.

Литература

1. **Демиденко Е.З.** Линейная и нелинейная регрессия. М.: Финансы и статистика, 1981.

2. **Химмелблау Д.** Анализ процессов статистическими методами. М.: Мир, 1973.

3. **Орлов А.И.** Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006.

4. **Климов Г.П.** Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Изд-во МГУ, 2011.

5. **Крутько П.Д.** Обратные задачи управляемых систем, линейные модели. М.: Наука, 1987.

6. **Романов В.Г.** Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984.

7. **Сирая Т.Н.** Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели // Измерительная техника. 2018. № 1. С. 9—14.

8. **Оценивание** данных измерений — роль неопределенности измерений при оценке соответствия / под ред. В.А. Слаева, А.Г. Чуновкиной. СПб: Профессионал, 2014.

9. **Заде Л.А.** Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976.

10. **Семенов Л.А., Сирая Т.Н.** Методы построения градуировочных характеристик средств измерений. М.: Изд-во стандартов, 1986.

11. **Горяинов С.В.** Разработка статистических методов построения градуировочных характеристик мультисенсорных систем: автореф. дис. … канд. техн. наук. М.: Изд-во МЭИ, 1997.

12. **Бородюк В.П., Лецкий Э.К.** Статистическое описание промышленных объектов. М.: Энергия, 1971.

13. **Скибицкий Н.В.** Анализ подходов к решению задачи построения математической модели объекта по неточным экспериментальным данным // Вестник МЭИ. 2019. № 3. С. 108—115.

14. **Тутубалин В.Н.** Границы применимости (вероятностно-статистические методы и их возможности). М.: Знание, 1977.

References

1. **Demidenko E.Z.** Lineynaya i Nelineynaya Regressiya. M.: Finansy I Statistika, 1981. (in Russian).

2. **Khimmelblau D.** Analiz Protsessov Statisticheskimi Metodami. M.: Mir, 1973. (in Russian).

3. **Orlov A.I.** Prikladnaya Statistika. M.: Ekzamen, 2006. (in Russian).

4. **Klimov G.P.** Teoriya Veroyatnostey i Matematicheskaya Statistika. M.: Izd-vo MGU, 2011. (in Russian).

5. **Krut'ko P.D.** Obratnye Zadachi Upravlyaemykh Sistem, Lineynye Modeli. M.: Nauka, 1987. (in Russian).

6. **Romanov V.G.** Obratnye Zadachi Matematicheskoy Fiziki. M.: Nauka, 1984. (in Russian).

7. **Siraya T.N.** Metody Obrabotki Dannykh pri Izmereniyakh i Metrologicheskie Modeli. Izmeritel'naya Tekhnika. 2018;1:9—14. (in Russian).

8. **Otsenivanie** Dannykh Izmereniy — Rol' Neopredelennosti Izmereniy pri Otsenke Sootvetstviya. Pod Red. V.A. Slaeva, A.G. Chunovkinoy. SPb: Professional, 2014. (in Russian).

9. **Zade L.A.** Ponyatie Lingvisticheskoy Peremennoy i Ego Primenenie k Prinyatiyu Priblizhennykh Resheniy. M.: Mir, 1976. (in Russian).

10. **Semenov L.A., Siraya T.N.** Metody Postroeniya Graduirovochnykh Kharakteristik Sredstv Izmereniy. M.: Izd-vo Standartov, 1986. (in Russian).

11. **Goryainov S.V.** Razrabotka Statisticheskikh Metodov Postroeniya Graduirovochnykh Kharakteristik Mul'tisensornykh Sistem: Avtoref. Dis. … Kand. Tekhn. Nauk. M.: Izd-vo MEI, 1997. (in Russian).

12. **Borodyuk V.P., Letskiy E.K.** Statisticheskoe Opisanie Promyshlennykh Obyektov. M.: Energiya, 1971. (in Russian).

13. **Skibitskiy N.V.** Analiz Podkhodov k Resheniyu Zadachi Postroeniya Matematicheskoy Modeli Obyekta po Netochnym Eksperimental'nym Dannym. Vestnik MEI. 2019;3:108—115. (in Russian).

14. **Tutubalin V.N.** Granitsy Primenimosti (Veroyatnostno-statisticheskie Metody i Ikh Vozmozhnosti). M.: Znanie, 1977. (in Russian).

15. **Алексеева И.У.** Теоретическое и экспериментальное исследование законов распределения погрешностей, их классификация и методы оценки их параметров: автореф. дис. … канд. техн. наук. Л.: Изд-во ЛПИ, 1975.

16. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Обработка неточных данных как неопределенных чисел // Вестник МЭИ. 2005. № 3. С. 95—107.

17. **Алефельд Г., Херцбергер Ю.** Введения в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.

18. **Вощинин А.П., Бочков А.Ф., Сотиров Г.Р.** Интервальный анализ данных как альтернатива регрессионному анализу // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1990. № 7. С. 77—81.

19. **Вощинин А.П.** Интервальный анализ данных: развитие и перспективы // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. № 1. С. 118—126.

20. **Косарева Л.Л., Скибицкий Н.В.** Решение задачи терминального управления линейным объектом в условиях интервальной неопределенности // Вестник МЭИ. 2018. № 1. С. 91—97.

21. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Интервальный метод калибровки // Датчики и системы. 2000. № 9. С. 52—60.

22. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Интервальный подход к выражению неопределенности измерений и калибровке цифровых измерительных систем // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. № 11. С. 66—71.

15. **Alekseeva I.U.** Teoreticheskoe i Eksperimental'noe Issledovanie Zakonov Raspredeleniya Pogreshnostey, Ikh Klassifikatsiya i Metody Otsenki ikh Parametrov: Avtoref. Dis. … Kand. Tekhn. Nauk. L.: Izd-vo LPI, 1975. (in Russian).

16. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Obrabotka Netochnykh Dannykh kak Neopredelennykh Chisel. Vestnik MEI. 2005;3:95—107. (in Russian).

17. **Alefel'd G., Khertsberger Yu.** Vvedeniya v Interval'nye Vychisleniya. M.: Mir, 1987. (in Russian).

18. **Voshchinin A.P., Bochkov A.F., Sotirov G.R.** Interval'nyy Analiz Dannykh kak Al'ternativa Regressionnomu Analizu. Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov. 1990. № 7. S. 77—81. (in Russian).

19. **Voshchinin A.P.** Interval'nyy Analiz Dannykh: Razvitie i Perspektivy. Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov. 2002;1:118—126. (in Russian).

20. **Kosareva L.L., Skibitskiy N.V.** Reshenie Zadachi Terminal'nogo Upravleniya Lineynym Obyektom v Usloviyakh Interval'noy Neopredelennosti. Vestnik MEI. 2018;1:91—97. (in Russian).

21. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Interval'nyy Metod Kalibrovki. Datchiki i sistemy. 2000;9:52—60. (in Russian).

22. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Interval'nyy Podkhod k Vyrazheniyu Neopredelennosti Izmereniy i Kalibrovke Tsifrovykh Izmeritel'nykh Sistem. Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika Materialov. 2007;11:66—71. (in Russian).

Сведения об авторе:

Скибицкий Никита Васильевич — доктор технических наук, профессор кафедры управления и интеллектуальных технологий НИУ «МЭИ», e-mail: SkibitskyNV@mpei.ru

Information about author:

Skribitsky Nikita V. — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Control and Intelligent Technologies Dept., NRU MPEI, e-mail: SkibitskyNV@mpei.ru

Статья поступила в редакцию: *12.04.2019*
The article received to the editor: *12.04.2019*