УДК 621.398
DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-110-118


# Решение задачи идентификации моделей помехи


Н.В. Скибицкий



Рассмотрен подход к построению статических характеристик системы по экспериментальным данным. Отмечено, что для решения поставленной задачи часто применяется концепция «черного ящика», использующая данные эксперимента, содержащего значения измеряемых входной и выходной величин. На практике входные и выходные переменные в эксперименте определяются с ошибками.
Показано, что при решении задачи в рамках традиционного подхода часто игнорируется факт наличия различных источников и порождающих факторов моделей помех, что ведет к существенному искажению оценок ошибок и формированию неадекватной характеристики преобразования. С учетом этого, установлены типы и источники ошибок при формировании статической характеристики, изучены модели шумов, возникающих при измерениях в условиях реальной эксплуатации и в ходе градуировочного эксперимента. Показан принципиально разный характер их воздействия на результат измерения.



*Ключевые слова:* статическая характеристика, прямая и обратная функции, погрешности измерения, модели помех.

*Для цитирования:* Скибицкий Н.В. Решение задачи идентификации моделей помехи // Вестник МЭИ. 2020. № 6. С. 110—118. DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-110-118.


# Solution of the Interference Models Identification Problem


N.V. Skibitskiy



An approach to constructing the static characteristics of a system from experimental data is considered. It is noted that in many cases the problem is solved by applying the "black box" concept, according to which the data of an experiment containing the values of the measured input and output quantities are used. In practice, the input and output variables in the experiment are determined with certain errors.
It is shown that in solving the problem within the framework of the conventional approach, the availability of various sources and generating factors of interference models is often ignored, which leads to a significant distortion of error estimates and to formation of an inadequate conversion characteristic. In view of this circumstance, the types and sources of errors appearing in constructing the static characteristic are determined, and the models of noises emerging during measurements under real field conditions and during a calibration experiment are studied, and it is shown that they have fundamentally different effects on the measurement result.



*Key words:* static characteristic, direct function, inverse function, measurement errors, interference models.

*For citation:* Skibitskiy N.V. Solution of the Interference Models Identification Problem. Bulletin of MPEI. 2020;6:110—118. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-110-118.


**Введение**

На практике для описания объекта часто используется линейная по параметрам статическая характеристика [1 — 4], позволяющая решать так называемые прямые задачи, связанные с оценкой выходного значения $y$ при заданном входном значении $x$. Применительно к системе с одним входом и одним выходом ее можно представить в виде:

$$y = f(x) = b_1\varphi_1(x) + \ldots + b_k\varphi_k(x),$$

где $\varphi_j(x)$, $j = 1, \ldots, k$ — известные базисные функции; $b_j$ — неизвестные параметры; $f(x)$ — функция преобразования.

В ряде случаев необходимо решать и обратную задачу поиска оценки $x$ при заданном значении $y$ в соответствии с выражением

$$x = f^{-1}(y) = \psi(a_1 \ldots a_k, y),$$

где $a_j$ — неизвестные параметры, выражаемые через $b_j$.

Подобная задача актуальна при исследовании следящих систем, получении градуировочной характеристики в метрологии и т. д. [5 — 11].

Для получения математической модели объекта используют концепцию «черного ящика», когда в ходе исследования наблюдению и измерению доступны только входная и выходная переменные объекта. Тогда основой для решения задачи построения модели становятся данные эксперимента, представляемые в виде множества $\{x_i, y_i, i = 1...n\}$.

На практике переменные $x$ и $y$ получаются с ошибками различной природы и сложной модели описания [12 — 17]. Таким образом, исследователь часто имеет дело с неточно определенными данными, и модель дает лишь приближенное описание объекта. Поэтому важно правильно оценить помехи, воздействующие на объект, что невозможно без проведения корректных измерений и оценки их погрешности. При этом часто игнорируется тот факт, что модели помех в условиях эксперимента и в реальной эксплуатации (РЭ) имеют разные источники и порождаются разными факторами, что ведет к искажению оценок ошибок измерительной системы (преобразователя). Устранению указанных недостатков и посвящена настоящая работа.

### Идентификация модели помех объекта в условиях реальной эксплуатации

Предполагается, что в данном случае система измерения подвергается в течение достаточно длительного времени воздействию целого ряда внешних факторов (температуры, влажности и т. п.), которые могут искажать ее показания. Схема, иллюстрирующая механизм возникновения ошибок, представлена на рис. 1.

Здесь величина $x_0$ воздействует на вход преобразователя и дает на выходе величину $y_{\text{реал}}$, как правило, другой физической природы. На результат преобразования влияет не только измеряемая величина $x_0$, но и неконтролируемые внешние факторы $z_1, z_2, \ldots, z_m$.

Обычно предполагают, что факторы $z_i$ имеют нулевое среднее значение, и их совокупное действие рассматривают как ошибку измерения $\Delta z$. Предположим, что при отсутствии внешних факторов прямая функция преобразователя описывается линейным уравнением:

$$y_0 = b_1 + b_2 x_0, \tag{1}$$

откуда получим соотношение для расчета обратной функции:

$$x_0 = -\frac{b_1}{b_2} + \frac{1}{b_2} y_0 = a_1 + a_2 y_0, \tag{2}$$

где $b_1$, $b_2$ — соответствующие коэффициенты прямой функции; $a_1 = -b_1/b_2$, $a_2 = 1/b_2$ — коэффициенты обратной функции; $x_0$ — оценка измеряемой величины при отсутствии шумов.

Рассмотрим три часто используемые модели воздействия помех, порождающие разные типы ошибок измерения: аддитивные, мультипликативные и аддитивно-мультипликативные помехи.

*Аддитивные помехи.* В данном случае модель преобразователя линейна как относительно измеряемой величины $x_0$, так и внешних факторов $z_i$:

$$y^{\text{а}}_{\text{реал}} = b_1 + b_2 x_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i z_i = y_0 + \Delta y^{\text{а}}_{\text{реал}}, \tag{3}$$

где

$$\Delta y^{\text{а}}_{\text{реал}} = \sum_{i=1}^{m} c_i z_i$$

— суммарная ошибка на выходе преобразователя, вызванная влиянием внешних факторов в условиях РЭ при аддитивной помехе; $c_i$ — коэффициенты влияния внешних факторов $z_i$.

Используя формулы (1) — (3), легко получить выражения для оценки измеряемой величины $x_{\text{изм}}$

$$x_{\text{изм}} = x_0 + \frac{1}{b_2} \Delta y^{\text{а}}_{\text{реал}} \tag{4}$$

и реальной ошибки измерения $\Delta x^{a}_{\text{реал}}$ на выходе системы измерения в виде:

$$\Delta x^{\text{а}}_{\text{реал}} = \frac{1}{b_2} \Delta y^{\text{а}}_{\text{реал}} = \frac{1}{b_2} \sum_{i=1}^{m} c_i z_i, \tag{5}$$

где $b_2$ — известный коэффициент прямой функции преобразователя.

Из (5) следует, что для рассматриваемого случая реальная ошибка $\Delta x^{\text{а}}_{\text{реал}}$ не зависит от $x_0$.

*Мультипликативные помехи*. Рассмотрим простейшую мультипликативную модель влияния помех:

$$y^{\text{м}}_{\text{реал}} = b_1 + b_2 x_0 + \sum_{i=1}^{m} d_i z_i x_0 = y_0 + x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i = y_0 + \Delta y^{\text{м}}_{\text{реал}}, \tag{6}$$

где $d_i$ — коэффициенты влияния внешних факторов $z_i$;

$$\Delta y^{\text{м}}_{\text{реал}} = x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i$$

— суммарная ошибка на выходе преобразователя, вызванная влиянием внешних факторов в условиях РЭ при мультипликативной помехе.

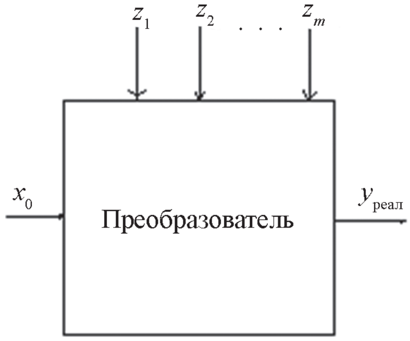


Рис. 1. Схема действия помех в условиях реальной эксплуатации

В этом случае ошибка на выходе преобразователя зависит от истинного значения измеряемой величины и совокупного действия внешних факторов.

По аналогии с формулами (4), (5), используя соотношения (1), (2), (6), можно записать выражения для оценки измеряемой величины $x_{\text{изм}}$:

$$x_{\text{изм}} = x_0 + \frac{\Delta y}{b_2} = x_0 + x_0 \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i z_i}{b_2}, \qquad (7)$$

откуда получим выражение для ошибки в условиях РЭ:

$$\Delta x_{\text{реал}}^{\text{м}} = x_0 \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i z_i}{b_2}.$$

Перепишем соотношение (7):

$$x_{\text{изм}} = x_0 \left( 1 + \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i z_i}{b_2} \right) = x_0 \left( 1 + \delta_{\text{реал}}^{\text{м}} \right),$$

где

$$\delta_{\text{реал}}^{\text{м}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i z_i}{b_2}$$

— относительная ошибка в условиях РЭ, порождаемая мультипликативной моделью помех (6).

*Аддитивно-мультипликативные помехи.* Эта модель помех более сложная и представляет собой комбинацию моделей (3) и (6). При этом функция преобразования системы измерений выглядит как:

$$\begin{aligned} y_{\text{реал}}^{\text{ам}} &= b_1 + b_2 x_0 + \sum_{i=1}^{m} c_i z_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i = \\ &= y_0 + \Delta y_{1\text{реал}}^{\text{ам}} + \Delta y_{2\text{реал}}^{\text{ам}}. \end{aligned} \qquad (8)$$

В модели (8) в отличие от (3) и (6) имеются две составляющих ошибок на выходе системы измерений:

$$\Delta y_{1\text{реал}}^{\text{ам}} = \sum_{i=1}^{m} c_i z_i; \qquad (9)$$

$$\Delta y_{2\text{реал}}^{\text{ам}} = x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i. \qquad (10)$$

Выражения для оценки измеряемой величины $x_0$ и ее абсолютной ошибки на выходе системы измерений с учетом (9), (10) определяются формулой:

$$x_{\text{изм}} = x_0 + \frac{\Delta y_{1\text{реал}}^{\text{ам}} + \Delta y_{2\text{реал}}^{\text{ам}}}{b_2},$$

откуда

$$\Delta x_{\text{реал}}^{\text{ам}} = \frac{1}{b_2} \left( \sum_{i=1}^{m} c_i z_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i \right). \qquad (11)$$

Из (11) следует, что в ошибку измерения на выходе системы измерений входят две составляющих: постоянная и зависящая от значения измеряемой величины. Тогда справедливо утверждение, что ни абсолютная, ни относительная ошибки в отдельности не могут быть использованы в качестве характеристики точности системы измерений в случае аддитивно-мультипликативной модели (8) влияния помех.

Применительно к абсолютной ошибке это утверждение очевидно, поскольку в (11) входит составляющая, зависящая от $x_0$. Для доказательства его справедливости для относительной ошибки, разделив обе части выражения для ошибки в (11) на измеряемую величину $x_0$, с учетом (2), получим

$$\delta_{\text{реал}}^{\text{ам}} = \frac{\Delta x_{\text{реал}}^{\text{ам}}}{x_0} = \frac{a_2 \sum c_i z_i}{x_0} + a_2 \sum d_i z_i.$$

В данном случае значение $\delta_{\text{реал}}^{\text{ам}}$ не является константой, более того, ее величина обратно пропорциональна измеряемой величине $x_0$ и при $x_0$, стремящемся к нулю, значение $\delta_{\text{реал}}^{\text{ам}}$ стремится к бесконечности.

При реализации других нелинейных моделей воздействия помех выражения для ошибки измерения могут стать еще более сложными.

Анализ различных схем влияния помех на ошибки измерения позволяет сделать следующие выводы.

В схеме РЭ на вход системы измерений поступает истинное значение измеряемой величины. Ошибки измеряемой величины порождаются внешними факторами, воздействующими на выходное значение системы измерений.

При любой модели воздействия внешних факторов с ограниченным диапазоном ошибка измерения в условиях РЭ $\Delta x_{\text{реал}}$ обратно пропорциональна значению коэффициента чувствительности сенсора $b_2$. Это означает, что система измерений с низкой чувствительностью при прочих равных условиях порождает большую ошибку измерения, чем высокочувствительные системы.

В соответствии с традиционным подходом паспортные данные об ошибке задаются в одной из трех форм: абсолютной или относительной погрешностей или доверительного интервала [15].

Вместе с тем:

— постоянная на всем диапазоне измерений абсолютная погрешность может быть использована в качестве характеристики точности системы измерений только для линейной модели аддитивных помех (3);

— относительную погрешность можно взять в качестве характеристики точности системы измерений лишь в случае модели мультипликативных помех (6), содержащей только произведения переменных внешнего влияния;

— даже для простой аддитивно-мультипликативной модели, учитывающей только линейные члены и произведения измеряемой величины $x_0$ и внешних факторов, точность системы измерений не может быть описана в терминах абсолютной или относительной погрешностей.

Таким образом, в рамках традиционного подхода ни одна из форм описания ошибки измерения не может считаться адекватной для характеристики точности измерения в условиях РЭ. Корректное описание ошибки измерения возможно только при идентификации модели воздействия помех (аддитивной, мультипликативной, аддитивно-мультипликативной или друой).

Поэтому, наряду с рассмотренными моделями помех при измерениях в условиях РЭ, целесообразно изучить также модели помех, возникающие в ходе проведения эксперимента с целью получения модели преобразователя [18 — 20]. Различают два возможных типа: пассивный (ПЭ) и активный (АЭ) эксперименты, которые порождают принципиально разные модели ошибок.

### Модели помех при пассивном эксперименте

При проведении ПЭ (рис. 2) считается, что исследователь не имеет возможности реализовать заранее выбранный план и вынужден ограничиться результатами доступных ему наблюдений. Практически он может выбирать только общее число наблюдений $n$.

Ошибки присутствуют как во входной, так и в выходной переменных, т. е. ошибки измерения входной переменной сравнимы с ошибками измерения выходной переменной.

Очевидно, что в ходе измерений входной переменной $x$ неизбежны ошибки, суммарное воздействие которых определено на рис. 2 как $\Delta x_{вх}$. При этом в ходе ПЭ на вход объекта поступает истинное значение входной переменной $x_0$, но в таблицу результатов записывается значение $x$, смешанное с ошибкой $\Delta x_{вх}$.

Вместе с тем, ошибки $\Delta x_{вх}$ не влияют на выходную величину системы измерений $y_{пасс}$, которая в этом случае подвергается возмущениям только со стороны внешних факторов $\Delta y_{эксп}$.

В условиях ПЭ дублирование опытов затруднительно. Если все-таки в достаточно длинной последовательности наблюдений пар $\{x_i; y_i\}$ стало возможным выбрать ряд одинаковых значений выходной величины $y_i$, то матрица результатов ПЭ при дублировании в трех опытах принимает вид табл. 1 и содержит данные, изображенные на рис. 3, где по вертикальной оси отложены три значения выходной величины — $y_1$ — $y_3$, каждому из которых соответствует множество значений $x_i$, показанное затемненной областью.

Отметим, что график построен в предположении, что $\Delta x_{вх} \neq 0$, $\Delta y_{эксп} = 0$.

В общем случае, в ПЭ, как и в условиях РЭ, имеют место разные модели воздействия внешних факторов — аддитивная, мультипликативная и смешанная.

### Модели помех при активном эксперименте

При планировании АЭ считается, что:

— значения измеряемой величины $x$ устанавливаются по желанию экспериментатора в соответствии с заранее выбранным планом;

— ошибками в значениях входной переменной можно пренебречь, т. е. они определяются с достаточно высокой точностью.

Таким образом, в АЭ исследователь реализует заранее заданную матрицу планирования, в которой определено дискретное число уровней входной переменной $x_0$. При этом неизбежны ошибки установки входной переменной $\Delta x_{уст}$, в силу чего на вход объекта подается значение $x = x_0 + \Delta x_{уст}$ и на его выходе:

$$y_{акт} = b_0 + b_1 x_0 + b_1 \Delta x_{уст} = b_0 + b_1 x_0 + \Delta y_{акт}.$$

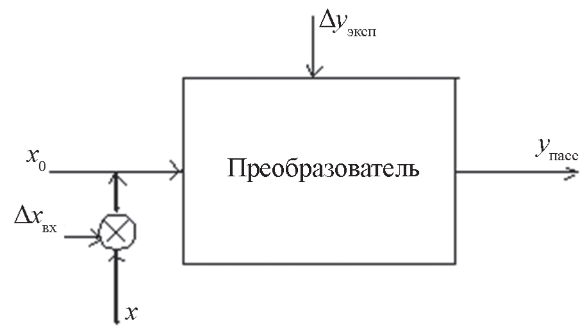


Рис. 2. Схема действия помех в условиях пассивного эксперимента

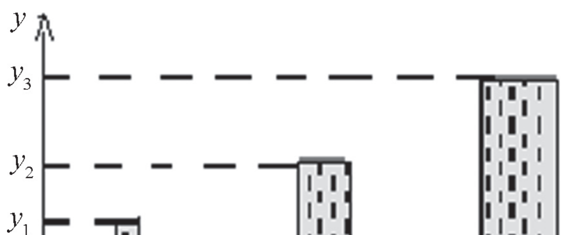


Рис. 3. Схема измерения в пассивном эксперименте

*Таблица 1*

**Пример матрицы результатов пассивного эксперимента**

| **Номер опыта** | 1 | … | $m_1$ | $m_1 + 1$ | … | $m_2$ | $m_2 + 1$ | … | $m_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Уровень $x_i$** | $x_1$ | … | $x_{m_1}$ | $x_{m_1} + 1$ | … | $x_{m_2}$ | $x_{m_2} + 1$ | … | $x_{m_3}$ |
| **Значение $y_i$** | | $y_1$ | | | $y_2$ | | | $y_3$ | |

Рассмотрим основные особенности АЭ на примере, в котором исследована возможность измерения степени окрашенности ткани $x$ с помощью спектрометра [21]. На куски ткани пульверизатором наносили красящий пигмент различной концентрации и каждый окрашенный образец высушивали. Значения концентрации менялись на трех уровнях (0, 15, 30%). Для каждого уровня опыты дублировали (12 раз).

Очевидно, что степень окрашенности $x$ невозможно задать абсолютно точно из-за неизбежных погрешностей, среди которых — ошибки измерения концентрации красящего пигмента, ошибки при установке и измерении времени и температуры сушки. Их суммарное действие обозначим переменной $\Delta x_{\text{уст}}$.

На показания системы измерений действуют внешние неуправляемые факторы, влияющие на значение выходной величины $y$ — изменение температуры и освещенности в помещении, вариации вязкости образцов и угла падения света на спектрометр и др. Суммарное действие перечисленных помех в АЭ обозначим как $\Delta y_{\text{акт}}$.

Тогда схема воздействия помех на выходное значение системы измерений имеет вид, представленный на рис. 4.

Сравнивая схемы рис. 1 и рис. 4, следует отметить, что:

— в АЭ в отличие от условий Р, на вход системы измерений поступает не точное, а зашумленное значение измеряемой величины;

— в условиях РЭ на систему измерений могут действовать и внешние факторы $z_i$, суммарное действие которых выглядит как $\Delta y_{\text{акт}}$.

Таким образом, могут иметь место различные комбинации ошибки $\Delta x_{\text{уст}}$, установки значений $x$ и ошибок от влияния внешних факторов на систему измерений $\Delta y_{\text{акт}}$.

**Аддитивная модель помех на входе и выходе.**

В этом случае зависимость выходной величины системы измерений от помех имеет вид:

$$y_{\text{акт}} = b_1 + b_2(x_0 + \sum_{i=1}^{m} g_i u_i) + \sum_{i=1}^{k} c_i z_i = \\ = b_1 + b_2 x_0 + b_2 \sum_{i=1}^{m} g_i u_i + \sum_{i=1}^{k} c_i z_i = y_0 + \Delta x_{\text{уст}} + \Delta y_{\text{акт}}. \quad (12)$$

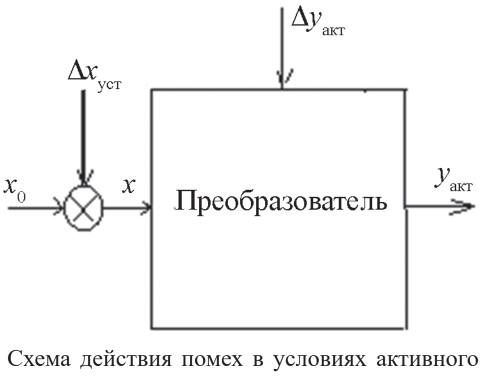


Рис. 4. Схема действия помех в условиях активного эксперимента

Здесь

$$\Delta x_{\text{уст}} = b_2 \sum_{i=1}^{m} g_i u_i; \quad \Delta y_{\text{акт}} = \sum_{i=1}^{k} c_i z_i;$$

$u_i$, $g_i$ — переменные ошибок установки значений величины $x$ на заданные в эксперименте уровни и их коэффициенты влияния; $z_i$ — переменные внешних факторов, воздействующих на систему измерений; $c_i$ — коэффициенты влияния внешних факторов.

В отличие от модели (3) в (12) присутствует составляющая, вызванная ошибками установки значений на входе системы измерений. Компонента ошибок установки $\Delta x_{\text{уст}}$ тем больше, чем выше чувствительность сенсора, т.е. чем больше коэффициент $b_2$.

Положим, что коэффициенты модели объекта $a_1$ и $a_2$ найдены точно. Рассмотрим, насколько адекватной в этих условиях оказывается оценка погрешности системы измерений.

Для этого запишем выражение для оценки ошибки измерения $\Delta x_{\text{акт}}$ в ходе АЭ:

$$\Delta x_{\text{акт}} = \frac{1}{b_2}(\Delta x_{\text{уст}} + \Delta y_{\text{акт}}) = \sum_{i=1}^{m} g_i u_i + \frac{1}{b_2} \sum_{i=1}^{k} c_i z_i, \quad (13)$$

которое получается из

$$x = x_0 + \frac{1}{b_2}\left(\Delta x_{\text{уст}} + \Delta y_{\text{акт}}\right)$$

с учетом (12).

Таким образом, аддитивные помехи с ограниченным диапазоном в ходе АЭ порождают постоянную по величине абсолютную ошибку.

Сравнивая формулы (5) и (13) для оценки ошибки измерения, отметим, что:

— ошибки установки в ходе проведения АЭ порождают дополнительную составляющую

$$\sum_{i=1}^{m} g_i u_i,$$

отсутствующую в условиях РЭ;

— в ходе реализации АЭ невозможно воссоздать условия РЭ с широкой вариацией внешних факторов, влияющих на систему измерения, из-за ограниченности АЭ во времени и пространстве;

— ограниченность АЭ во времени приводит к тому, что часть внешних факторов $z_i$ вообще не успевает проявиться во время эксперимента, т. е. их число $k$ в модели (13) меньше числа $m$ в модели (5).

Таким образом, сформулируем следующее утверждение: в ходе АЭ ошибка на выходе системы измерения $\Delta y_{\text{акт}}$ отличается от ошибки $\Delta y_{\text{реал}}$, вызванной влиянием внешних факторов в условиях РЭ, как по величине, так и по составу влияющих факторов.

В сравнении с ошибкой измерения в условиях РЭ активный эксперимент, с одной стороны, вносит дополнительную составляющую ошибки, т. е. порождает завышение ее оценки, а, с другой, занижает составляющую, связанную с шумами, в условиях реальной эксплуатации.

**Случай нулевых ошибок на выходе системы измерения.**

В силу описанных особенностей АЭ целесообразно рассмотреть случай, когда вклад суммарной ошибки от действия внешних факторов $\Delta y_{\text{акт}}$ в (12) можно считать несущественным по сравнению с ошибкой установки $\Delta x_{\text{уст}}$, т. е. когда в эксперименте выполняются условия:

$$\Delta y_{\text{акт}} \neq 0,\, \Delta y_{\text{акт}} = 0.$$

Рассмотрим три типа моделей ошибок на входе системы измерений.

*Аддитивные помехи на входе.* Оценка ошибки может быть получена обнулением второго слагаемого в (12):

$$y^{\text{а}}_{\text{акт}} = b_1 + b_2 x_0 + b_2 \sum_{i=1}^{m} g_i u_i ,$$

откуда

$$\Delta x^{\text{а}}_{\text{акт}} = \sum_{i=1}^{m} g_i u_i .$$

*Мультипликативные помехи на входе.* Справедливы выражения:

$$y^{\text{м}}_{\text{акт}} = b_1 + b_2 \left( x_0 + \sum_{i=1}^{m} x_0 h_i u_i \right) =$$

$$= y_0 + b_2 \sum_{i=1}^{m} x_0 h_i u_i = y_0 + \Delta y^{\text{м}}_{\text{акт}} ;$$

$$x = x_0 + \frac{1}{b_2} \Delta y^{\text{м}}_{\text{акт}} ,$$

из которых получим:

$$\Delta x^{\text{м}}_{\text{акт}} = x_0 \sum_{i=1}^{m} h_i u_i ,$$

где $h_i$ — коэффициенты влияния переменных установки $u_i$.

*Аддитивно-мультипликативные помехи на входе.* Рассматриваемая сложная модель помех является комбинацией моделей (3) и (6). Примем, что функция преобразования системы измерения имеет вид неполной квадратичной зависимости:

$$y^{\text{ам}}_{\text{акт}} = b_1 + b_2 \left( x_0 + \sum_{i=1}^{m} g_i u_i + \sum_{i=1}^{m} x_0 h_i u_i \right) =$$

$$y_0 + b_2 \left( \sum_{i=1}^{m} g_i u_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} h_i u_i \right),$$

откуда следует:

$$\Delta x^{\text{ам}}_{\text{акт}} = \left( \sum_{i=1}^{m} g_i u_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} h_i u_i \right).$$

Модели ошибок в условиях реальной эксплуатации ($\Delta x_{\text{вх}} = 0$, $\Delta y \neq 0$) и в АЭ ($\Delta x_{\text{уст}} \neq 0$, $\Delta y = 0$) представлены в табл.2. Максимум по выражениям взят по всем соответствующим переменным в границах их диапазонов изменения. В предположении точно известной функции преобразования это дает два типа оценок для ошибки измерения: $\Delta x_{\text{реал}}$ (в условиях РЭ) и $\Delta x_{\text{акт}}$ (в условиях АЭ).

Их сравнение доказывает существенное расхождение между двумя оценками ошибок.

Модели ошибок в условиях РЭ и в условиях АЭ имеют разную природу и разный состав переменных ($z_i$ и $u_i$, соответственно) с разными коэффициентами влияния:

— оценки $\Delta x_{\text{реал}}$ обратно пропорциональны коэффициенту $b_2$;

— в зависимости от коэффициентов влияния $\Delta x_{\text{акт}}$ может быть как больше, так и меньше $\Delta x_{\text{реал}}$.

В традиционной схеме определения функции преобразования значение ошибки $\Delta x_{\text{пасп}}$, указываемой в паспорте системы измерения, назначается на основе активного градуировочного эксперимента, в котором указывается конечное число значений измеряемой величины $x_0$, подаваемых на вход системы измерения. Предполагается, что значения измеряются точно, т.е. $\Delta x_{\text{пасп}} = \Delta x_{\text{акт}}$. В этом случае игнорируются расхождения с моделью ошибок в условиях РЭ, что приводит к неадекватной оценке ошибки системы измерений.

В таблице 2 даны три типа согласованных моделей. Вместе с тем, в реальных условиях могут возникать, по крайней мере, 9 разных комбинаций:

— аддитивная ошибка в условиях РЭ — аддитивная ошибка АЭ;

— аддитивная ошибка в условиях РЭ — мультипликативная ошибка АЭ;

— аддитивная ошибка в условиях РЭ — аддитивно-мультипликативная ошибка АЭ и т. д.

В этих условиях расхождение между оценками ошибок в АЭ и РЭ еще более существенно.

В рамках традиционной методологии АЭ заранее разрабатывается план эксперимента, в котором указывается конечное число значений измеряемой величины $x_0$, подаваемых на вход системы измерения. Обычно предполагается, что эти значения измеряются точно. Ошибка измерения по $y$ определяется по данным параллельных опытов.

Пример матрицы планирования при представленных допущениях применительно к описанному эксперименту измерения степени окрашенности ткани $x$ с помощью спектрометра продемонстрирован в табл. 3. Следует подчеркнуть, что разность в значениях параллельных опытов на выходе системы измерения порождается только ошибками измерения уровней концентрации.

*Таблица 2*

**Модели ошибок в условиях реальной эксплуатации и в АЭ**

| **Модель помех** | **Оценка ошибки измерения на выходе системы измерения $\Delta x$** | |
|---|---|---|
| | **Реальная эксплуатация $\Delta x_{реал}$** | **Активный эксперимент $\Delta x_{акт}$** |
| Аддитивная | $\max\left(\frac{1}{b_2}\sum_{i=1}^{m} c_i z_i\right)$ | $\max\left(\sum_{i=1}^{m} g_i u_i\right)$ |
| Мультипликативная | $\max\left(\frac{1}{b_2} x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i\right)$ | $\max\left(x_0 \sum_{i=1}^{m} h_i u_i\right)$ |
| Аддитивно-мультипликативная | $\max\left(\frac{1}{b_2}\left(\sum_{i=1}^{m} c_i z_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} d_i z_i\right)\right)$ | $\max\left(\sum_{i=1}^{m} g_i u_i + x_0 \sum_{i=1}^{m} h_i u_i\right)$ |

*Таблица 3*

**Пример матрицы результатов пассивного эксперимента**

| **Номер опыта** | 1 | … | 12 | 13 | … | 24 | 25 | … | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Уровень $x_i$, %** | 0 | | | 15 | | | 30 | | |
| **Значение $y_i$** | $y_1$ | … | $y_{12}$ | $y_{13}$ | … | $y_{24}$ | $y_{25}$ | … | $y_{36}$ |

Графически результаты эксперимента даны на рис. 5, где затемненные области отражают разброс значений на выходе системы измерений при дублировании опытов для случая, когда $\Delta x_{вх} \neq 0$, $\Delta y_{эксп} = 0$. Сравнивая схемы воздействия помех при АЭ (рис. 5) и ПЭ (рис. 3) отметим ряд принципиальных отличий.

В активном эксперименте:

— ошибки установки входной переменной $\Delta x_{вх}$ на заданные уровни передаются на выход, и их влияние тем больше, чем чувствительнее сенсор;

— матрица активного эксперимента — детерминирована.

В пассивном эксперименте:

— ошибки измерения входной переменной $\Delta x_{вх}$ не передаются на выход системы измерения и лишь косвенно отражаются в матрице результатов эксперимента через влияние на ее выходную величину;

— матрица результатов эксперимента при случайных ошибках является матрицей со случайными элементами.

## Заключение

Разработан метод идентификации ошибок в измерительных преобразователях, показано, что корректное описание ошибки измерения возможно только на основе идентифицированной модели воздействия помех.

Абсолютная ошибка может быть использована в качестве характеристики точности системы измерений только для линейной модели аддитивных шумов.

Относительную ошибку стоит применять в качестве характеристики точности системы измерений только в случае модели мультипликативных шумов.

Для аддитивно-мультипликативной модели помехи точность системы измерений не может быть описана в терминах абсолютной или относительной ошибок.

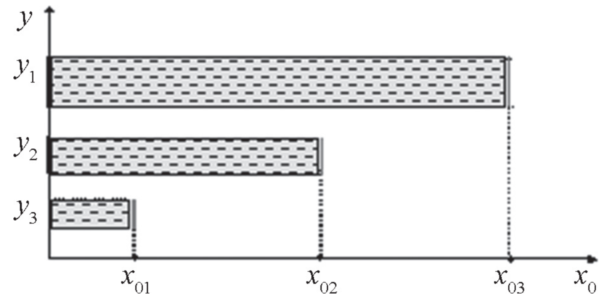


Рис. 5. Результаты АЭ при традиционной методологии при $\Delta x_{уст} \neq 0$, $\Delta y_{эксп} = 0$

Проанализированы модели помех в условиях РЭ и при АЭ. Показано, что источники помех имеют разную природу и разный состав переменных, что не учитывается в традиционной схеме градуировки и приводит к неадекватной оценке ошибки системы измерения.

Возмущающие факторы в АЭ принципиально отличаются от таких же факторов в условиях РЭ, как по составу и моделям воздействия, так и по степени влияния на измеренную величину.

В АЭ основное влияние оказывают погрешности установки измеряемой величины на заданные уровни. В условиях РЭ эти погрешности отсутствуют, но имеет место влияние факторов окружающей среды.

При анализе моделей погрешности градуировочного эксперимента необходимо различать два возможных его типа (активный и пассивный), порождающих принципиально разные модели ошибок.

В традиционной схеме градуировки паспортное значение погрешности назначается на основе градуировочного эксперимента. В этом случае игнорируются расхождения с моделью шумов в условиях РЭ, что приводит к неадекватной оценке погрешности системы измерения.

## Литература


1. **Демиденко Е.З.** Линейная и нелинейная регрессия. М.: Финансы и статистика, 1981.
2. **Химмелблау Д.** Анализ процессов статистическими методами. М.: Мир, 1973.
3. **Орлов А.И.** Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006.
4. **Скибицкий Н.В.** Применение интервального подхода к построению статических характеристик объекта // Вестник МЭИ. 2020. № 1. С. 89—96.
5. **Крутько П.Д.** Обратные задачи управляемых систем, линейные модели. М.: Наука, 1987.
6. **Романов В.Г.** Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984.
7. **Сирая Т.Н.** Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели // Измерительная техника. 2018. № 1. С. 9—14.
8. **Оценивание** данных измерений. Роль неопределенности измерений при оценке соответствия. СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2014.
9. **Семенов Л.А., Сирая Т.Н.** Методы построения градуировочных характеристик средств измерений. М.: Изд-во стандартов, 1986.
10. **Горяинов С.В.** Разработка статистических методов построения градуировочных характеристик мультисенсорных систем: автореф. дис. … канд. техн. наук. М.: Изд-во МЭИ, 1997.
11. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Интервальный метод калибровки // Датчики и системы. 2000. № 9. С. 52—60.
12. **Алексеева И.У.** Теоретическое и экспериментальное исследование законов распределения погрешностей, их классификация и методы оценки их параметров: автореф. дис. … канд. техн. наук. Л.: Изд-во ЛПИ, 1975.
13. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Обработка неточных данных как неопределенных чисел // Вестник МЭИ. 2005. № 3. С. 95—107.
14. **Вощинин А.П., Скибицкий Н.В.** Интервальный подход к выражению неопределенности измерений и калибровке цифровых измерительных систем // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. № 11. С. 66—71.
15. **Кэмпион П. Дж., Варне Д.Е., Вильяме А.** Практическое руководство по представлению результатов измерений. М.: Атомиздат, 1979.
16. **Руководство** по выражению неопределенности измерения. СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 1999.
17. **Орлов А.И.** Многообразие моделей регрессионного анализа (обобщающая статья) // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 5. С. 63—73.
18. **Налимов В.В., Чернова Н.А.** Теория эксперимента. М.: Наука, 1971.
19. **Бородюк В.П., Лецкий Э.К.** Статистическое описание промышленных объектов. М.: Энергия, 1971.


## References


1. **Demidenko E.Z.** Lineynaya i Nelineynaya Regressiya. M.: Finansy i Statistika, 1981. (in Russian).
2. **Khimmelblau D.** Analiz Protsessov Statisticheskimi Metodami. M.: Mir, 1973. (in Russian).
3. **Orlov A.I.** Prikladnaya Statistika. M.: Ekzamen, 2006. (in Russian).
4. **Skibitskiy N.V.** Primenenie Interval'nogo Podkhoda k Postroeniyu Staticheskikh Kharakteristik ob′ekta. Vestnik MEI. 2020;1:89—96. (in Russian).
5. **Krut'ko P.D.** Obratnye Zadachi Upravlyaemykh Sistem, Lineynye Modeli. M.: Nauka, 1987. (in Russian).
6. **Romanov V.G.** Obratnye Zadachi Matematicheskoy Fiziki. M.: Nauka, 1984. (in Russian).
7. **Siraya T.N.** Metody Obrabotki Dannykh pri Izmereniyakh i Metrologicheskie Modeli. Izmeritel'naya Tekhnika. 2018;1:9—14. (in Russian).
8. **Otsenivanie** Dannykh Izmereniy. Rol' Neopredelennosti Izmereniy pri Otsenke Sootvetstviya. SPb.: VNIIM im. D.I. Mendeleeva, 2014. (in Russian).
9. **Semenov L.A., Siraya T.N.** Metody Postroeniya Graduirovochnykh Kharakteristik Sredstv Izmereniy. M.: Izd-vo Standartov, 1986. (in Russian).
10. **Goryainov S.V.** Razrabotka Statisticheskikh Metodov Postroeniya Graduirovochnykh Kharakteristik Mul'tisensornykh Sistem: Avtoref. Dis. … Kand. Tekhn. Nauk. M.: Izd-vo MEI, 1997. (in Russian).
11. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Interval'nyy Metod Kalibrovki. Datchiki i sistemy. 2000;9:52—60. (in Russian).
12. **Alekseeva I.U.** Teoreticheskoe i Eksperimental'noe Issledovanie Zakonov Raspredeleniya Pogreshnostey, Ikh Klassifikatsiya i Metody Otsenki Ikh Parametrov: Avtoref. Dis. … Kand. Tekhn. Nauk. L.: Izd-vo LPI, 1975.
13. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Obrabotka Netochnykh Dannykh kak Neopredelennykh Chisel. Vestnik MEI. 2005;3:95—107. (in Russian).
14. **Voshchinin A.P., Skibitskiy N.V.** Interval'nyy Podkhod k Vyrazheniyu Neopredelennosti Izmereniy i Kalibrovke Tsifrovykh Izmeritel'nykh Sistem. Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov. 2007;11:66—71. (in Russian).
15. **Kempion P. Dzh., Varne D.E., Vil'yame A.** Prakticheskoe Rukovodstvo po Predstavleniyu Rezul'tatov Izmereniy. M.: Atomizdat, 1979. (in Russian).
16. **Rukovodstvo** po Vyrazheniyu Neopredelennosti Izmereniya. SPb.: VNIIM im. D.I. Mendeleeva, 1999. (in Russian).
17. **Orlov A.I.** Mnogoobrazie Modeley Regressionnogo Analiza (Obobshchayushchaya Stat'ya). Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov. 2018;84;5:63—73.
18. **Nalimov V.V., Chernova N.A.** Teoriya Eksperimenta. M.: Nauka, 1971. (in Russian).
19. **Borodyuk V.P., Letskiy E.K.** Statisticheskoe Opisanie Promyshlennykh Ob′ektov. M.: Energiya, 1971. (in Russian).

20. **Горский В.Г., Адлер Ю.П., Талалай А.М.** Планирование промышленного эксперимента. Модели статики. М.: Металлургия, 1974.

21. **Brown P.J.** Multivariate Calibration // J. R. Statist. Soc. B. 1982. V. 44. No 3. Pp. 79—85.

20. **Gorskiy V.G., Adler Yu.P., Talalay A.M.** Planirovanie Promyshlennogo Eksperimenta. Modeli Statiki. M.: Metallurgiya, 1974. (in Russian).

21. **Brown P.J.** Multivariate Calibration. J. R. Statist. Soc. B. 1982;44;3:79—85.

**Сведения об авторе:**

**Скибицкий Никита Васильевич** — доктор технических наук, профессор кафедры управления и интеллектуальных технологий НИУ «МЭИ», e-mail: SkibitskyNV@mpei.ru

**Information about author:**

**Skribitsky Nikita V.** — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Control and Intelligent Technologies Dept., NRU MPEI, e-mail: SkibitskyNV@mpei.ru

**Статья поступила в редакцию:** *04.02.2020*
**The article received to the editor:** *04.02.2020*