

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (05.13.18)

УДК 624.042:519.2

DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-129-134

## Моделирование акселерограмм сейсмических воздействий с переменными во времени несущими частотами

В.П. Радин, В.П. Чирков, Е.В. Позняк, О.В. Новикова

Сейсмические воздействия на площадках на рыхлых грунтах и удаленных от очага землетрясения на сотни километров, продолжительны по времени и вызывают изменения частотного спектра. Хотя у подобных воздействий небольшие величины пиковых ускорений грунта, они могут приводить к резонансным колебаниям зданий и сооружений. Особенно опасна ситуация, когда частоты воздействия снижаются одновременно с собственными частотами конструкции, получающей повреждения в ходе землетрясения. Для проектирования зданий, сооружений и вероятностной оценки сейсмического риска с учетом изменения во времени спектра воздействия требуется ансамбль акселерограмм сейсмических воздействий.

Представлен метод моделирования нестационарных случайных процессов с переменной несущей частотой в системе Simulink.

*Ключевые слова:* ансамбль акселерограмм, нестационарный случайный процесс, спектр частот сейсмического воздействия, землетрясение Тохоку.

*Для цитирования:* Радин В.П., Чирков В.П., Позняк Е.В., Новикова О.В. Моделирование акселерограмм сейсмических воздействий с переменными во времени несущими частотами // Вестник МЭИ. 2020. № 6. С. 129—134. DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-129-134.

## Modeling of Seismic Motion Time Histories with Time-Variable Predominant Frequencies

V.P. Radin, V.P. Chirkov, E.V. Poznyak, O.V. Novikova

Seismic motions occurring at sites with soft soils and located hundreds of kilometers away from the earthquake focus can be long-lasting and show changes in the frequency spectrum. Although these motions are characterized by low values of peak ground accelerations, they can lead to resonance vibration of buildings and structures. An especially dangerous situation occurs when the seismic load frequencies decrease simultaneously with the natural frequencies of the structure that is damaged during the earthquake. For designing buildings and structures, and for carrying out probabilistic assessment of seismic risk taking into account the changes in time of the seismic load spectrum, an ensemble of seismic motion time histories is required. The article presents a method for modeling unsteady random processes with a variable predominant frequency in the Simulink software system environment.

*Key words:* ensemble of acceleration time histories, unsteady random process, seismic motion frequency spectrum, Tohoku earthquake.

*For citation:* Radin V.P., Chirkov V.P., Poznyak E.V., Novikova O.V. Modeling of Seismic Motion Time Histories with Time-Variable Predominant Frequencies. Bulletin of MPEI. 2020;6:129—134. (in Russian). DOI: 10.24160/1993-6982-2020-6-129-134.

Основными исходными данными для проектирования сейсмостойких зданий и сооружений и для оценки их сейсмического риска являются акселерограммы землетрясений, ожидаемых на площадке строительства. Набор сценарных акселерограмм синтезируется сейсмологами в ходе детального сейсмического районирования на основании данных о характеристиках грунтовых толщ и механизмах распространения сей-

мических волн от очага [1]. Однако искусственные акселерограммы далеко не всегда проявляют особенности, присущие некоторым природным записям. Так, при сейсмических колебаниях на рыхлых грунтах в дальней зоне может происходить снижение частот землетрясения во времени. В качестве иллюстрации приведем запись вертикального перемещения  $U(t)$  грунта при землетрясении Эмберли с гипоцентральной рас-

стоянием 351,9 км (Amberley, New Zealand, 13.11.2016, Feilding Agricultural High School Station), размещенную на сайте Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD) (рис. 1), из которой видно, что, начиная примерно со 130-й секунды, основные частоты воздействия резко снижаются.

Особенности длиннопериодных землетрясений со снижением частоты подробно рассмотрены в [2] на примере записи ускорения грунта  $a(t)$  при землетрясении Тохоку (Tohoku, Japan), полученной в Токио 11 марта 2011 г. на станции ТКУ017 с гипоцентральной дистанцией 373 км (рис. 2, запись с сайта CESMD). По результатам статистического анализа записи на различных временных интервалах было установлено, что преобладающие частоты воздействия снижаются с 0,83 до 0,3 Гц. В работе [3] показано, что, несмотря на небольшую величину пиковых ускорений, такие землетрясения продолжительны по времени и при определенных условиях приводят к затяжным резонансным колебаниям зданий и сооружений и развитию серьезных повреждений.

Для исследования влияния на динамический отклик конструкции таких временных факторов, как продолжительность сейсмического воздействия и изменение

во времени спектра воздействия, проводят динамический расчет во временной области по акселерограмме. Если стоит задача оценки сейсмического риска конструкции методом статистического моделирования, необходимо провести серию численных экспериментов. Теория статистического моделирования, предложенная в [4 — 6], требует многократного воспроизведения сейсмического воздействия, решения задачи определения динамической реакции систем на эти воздействия и получения данных для статистической оценки риска. Работы [7 — 9] посвящены определению сейсмического риска и других показателей надежности некоторых нелинейных моделей зданий и сооружений. В них для статистического моделирования использованы акселерограммы с несущей частотой, постоянной на протяжении всего времени воздействия. Следует отметить, что в современных работах Ли, Чена и других зарубежных специалистов в области статистической динамики [10, 11] зависимость спектральной плотности нестационарного воздействия от времени представлена в виде изменения во времени мощности процесса и никак не связана с изменением его частот.

Для вероятностной оценки сейсмического риска с учетом эволюции спектра воздействия во времени

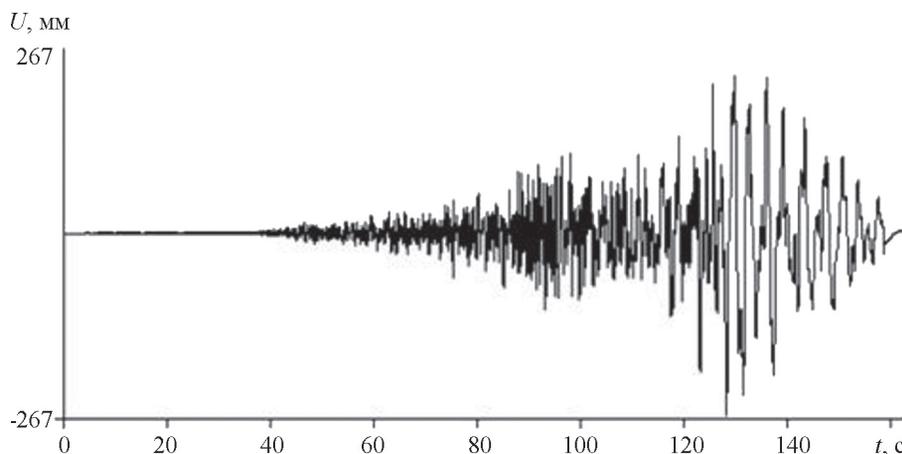


Рис. 1. Запись вертикального движения землетрясения Эмберли, 13 ноября 2016 г., Новая Зеландия (<https://strongmotioncenter.org>)

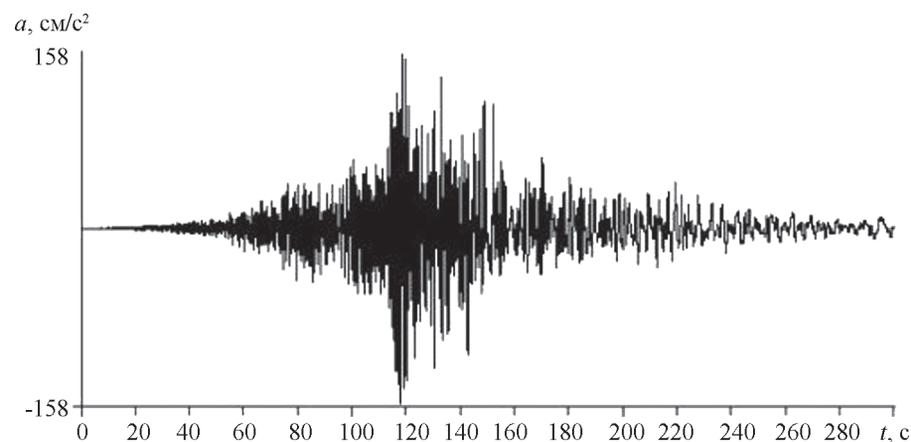


Рис. 2. Запись горизонтального движения землетрясения Тохоку 11 марта 2011 г., Япония

требуется ансамбль акселерограмм длиннопериодных воздействий, представляющих собой случайные процессы с нестационарностью как по мощности, так и по частоте. Представлен метод моделирования таких акселерограмм, базирующийся на традиционных подходах статистического моделирования, но расширенный в область нестационарных случайных процессов с переменной несущей частотой. При этом синтезированные акселерограммы должны обладать той же спектральной плотностью мощности и несущей частотой в выделенных временных интервалах, что и исходная природная, а изменение частоты во времени в пределах каждого интервала происходит по линейному закону. Изложен метод моделирования акселерограмм с использованием системы Simulink [12].

Для получения ансамбля акселерограмм в виде реализаций некоторого нестационарного случайного процесса в [5 — 8] ускорение грунта  $a(t)$  на отрезке времени  $[0, T]$  задается в виде произведения реализации стационарного случайного процесса  $\varphi(t)$  на детерминированную огибающую  $A(t)$ :

$$a(t) = A(t)\varphi(t). \quad (1)$$

Огибающая  $A(t)$ , размерность которой равна размерности ускорения, отвечает за интенсивность землетрясения, а безразмерная случайная функция  $\varphi(t)$  с единичной дисперсией определяет спектральный состав сейсмического воздействия. В качестве исходной акселерограммы возьмем запись ускорения движения грунта при землетрясении в Тохоку (рис. 2). Результаты вычисления ее статистических характеристик приведены в [2].

Схему в системе Simulink составим на основе формулы (1), принимая за огибающую  $A(t)$  функцию, полученную в [2]. Указанная функция (рис. 3) определяет интенсивность соответствующей компоненты землетрясения.

Безразмерную функцию  $\varphi(t)$ , стационарную по амплитуде с переменной несущей частотой, получим с использованием Simulink, применяя процедуру пропускания случайного процесса типа «белого шума»  $\xi(t)$  через систему второго порядка:

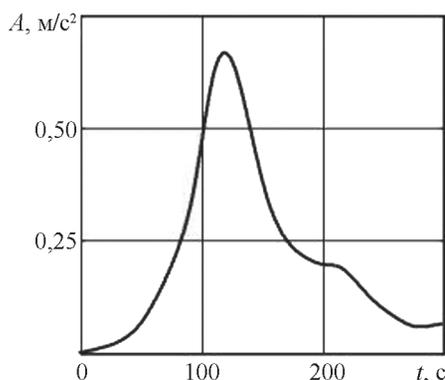


Рис. 3. Огибающая акселерограммы землетрясения Тохоку

$$\ddot{u} + 2\varepsilon\dot{u} + \omega^2(t)u = -\xi(t). \quad (2)$$

Уравнение (2) по существу является формирующим фильтром, на выходе которого генерируется случайный процесс  $u(t)$  со спектральной плотностью, соответствующей процессу со скрытой периодичностью. Параметры  $\omega$  и  $\varepsilon$  характеризуют несущую частоту и ширину спектра данного процесса. Отметим, что применение фильтра второго порядка (2) основано на гипотезе о наличии компактного частотного диапазона воздействия с преобладающей несущей частотой.

Для интегрирования уравнения (2) в Simulink представим его в виде:

$$\ddot{u} = -2\varepsilon\dot{u} - \omega^2(t)u - \xi(t). \quad (3)$$

В формулах (2), (3) функция на выходе  $u(t)$  — вспомогательная, после нормировки которой получим искомую функцию  $\varphi(t)$ .

Ориентируясь на результаты [2] для несущей частоты  $f$  функции  $a(t)$ , примем следующие значения: в начале воздействия при  $t = 0$  —  $f_1 = 0,9$  Гц, а по истечении  $t = T = 300$  с —  $f_2 = 0,3$  Гц. Допустим, что частота меняется по линейному закону, тогда для круговой частоты имеем:

$$\omega(t) = \omega_1 - (\omega_1 - \omega_2)t/T = 2\pi f_1 - 2\pi(f_1 - f_2)t/T. \quad (4)$$

Величина  $\varepsilon$  в (2), (3) определяет ширину спектра случайного процесса  $u(t)$ . По результатам вычислений в [2] параметр  $\varepsilon$  принят равным  $0,025$  с<sup>-1</sup>.

Схема моделирования в системе Simulink изображена на рис. 4. Согласно соотношению (3), в сумматор  $I$  подается случайный процесс типа «белого шума»  $\xi(t)$  и две обратные связи: первая производная по времени функции  $\dot{u}(t)$ , умноженная на параметр корреляции  $2\varepsilon$ , и сама функция  $u(t)$ , умноженная на квадрат круговой частоты  $\omega^2(t)$ . После сумматора для решения уравнения (3) в схему включены два интегратора. В нижней части схемы вводится частота генерируемого процесса, как функция времени согласно (4). Для этого в схему включен источник времени  $t$ , сигнал от которого подается на элемент умножения на  $2\pi(f_1 - f_2)/T$ , и суммируется с соответствующим знаком с постоянной  $2\pi f_1$ . Полученное значение возводится в квадрат и умножается на  $u(t)$ . «Белый шум» и результат его прохождения через спроектированную систему  $u(t)$  выводятся в графические окна и рабочую область для дальнейшей обработки методами системы Matlab.

Функция  $u(t)$  как результат работы части программы на языке Matlab, приведенной на рис. 4, представлена на рис. 5.

Из данных рис. 5 видно, что полученная случайная функция  $u(t)$  нестационарна и по амплитуде, и по несущей частоте. Чтобы получить случайный процесс с единичной дисперсией и стационарный по амплитуде, разобьем всю реализацию на участки  $u_k(t)$ ,  $k = 1 \dots n$  с достаточно представительным объемом. В данном случае принято  $n = 20$ . При общем объеме точек

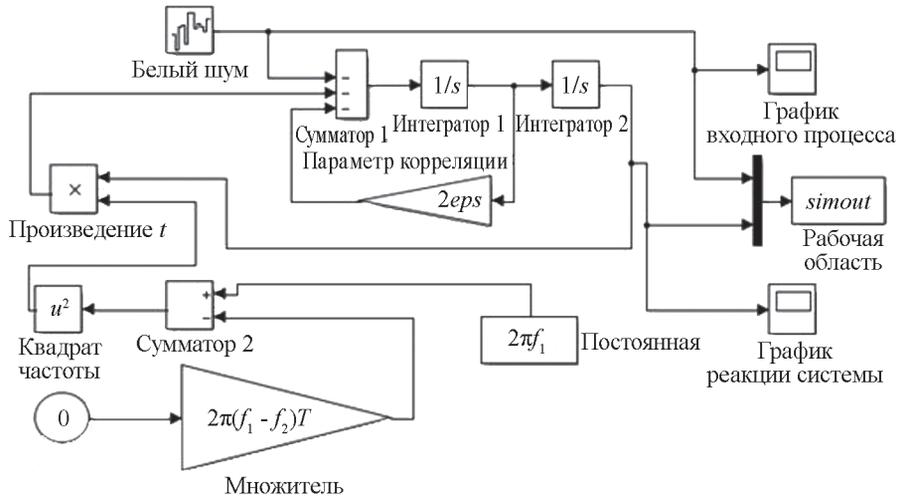


Рис. 4. Схема моделирования случайного процесса с переменной несущей частотой

$N = 30000$ , представляющих функцию  $u(t)$ , каждую  $u_k(t)$  задавали 1500 точками. Для каждой  $u_k(t)$  вычислим среднеквадратическое отклонение  $\sigma_u$  и разделим на него амплитуды функции. Функцию  $\varphi(t)$ , стационарную по амплитуде с единичной дисперсией, получим по соотношению  $\varphi(t) = \sum_{k=1}^n u_k(t) / \sigma_{u_k}$ . Реализация функции  $\varphi(t)$  представлена на рис. 6

С помощью оценок для спектральной плотности изучим частотный состав построенной функции  $\varphi(t)$ . На рис. 7 изображена оценка спектральной плотности для всей длины реализации, заданной на отрезке времени  $[0, T] = [0, 300]$  с. Максимум спектральной плотности, определяющий преобладающую частоту процесса  $f_*$ , близок к среднему значению диапазона ее изменения:

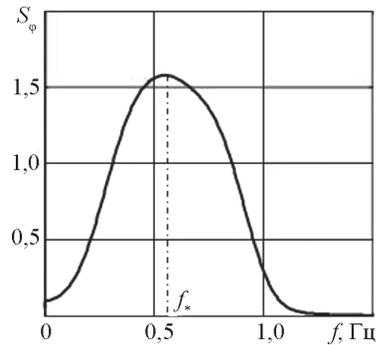


Рис. 7. Оценка для спектральной плотности процесса  $\varphi(t)$

$$f_* = \frac{f_1 + f_2}{2} = 0,6 \text{ Гц}$$

Значение площади под кривой, определяющей дисперсию процесса  $\varphi(t)$ , практически равно единице.

На рис. 8 построены спектральные плотности функции  $\varphi(t)$  для трех диапазонов времени записи акселерограммы:  $t_1 \in [0, 100]$  с (кривая 1),  $t_2 \in [100, 200]$  с (кривая 2),  $t_3 \in [200, 300]$  с (кривая 3). Максимумы построенных спектральных плотностей наблюдаются в окрестности частот, соответствующих значениям частот фильтра (4)  $f(t) = f_1 - (f_1 - f_2)t/T$  в моменты времени, соответствующие серединам указанных диапазонов, т. е.

$$\begin{aligned} f_{*1} &= f(50) = 0,8 \text{ Гц;} \\ f_{*2} &= f(150) = 0,6 \text{ Гц;} \\ f_{*3} &= f(250) = 0,4 \text{ Гц.} \end{aligned}$$

Окончательно смоделированную реализацию (рис. 9) исходной акселерограммы получим по формуле (1).

Ансамбль реализаций с заданным законом изменения преобладающей частоты воздействия можно найти, меняя параметр *seed* в блоке генерирования «белого шума».

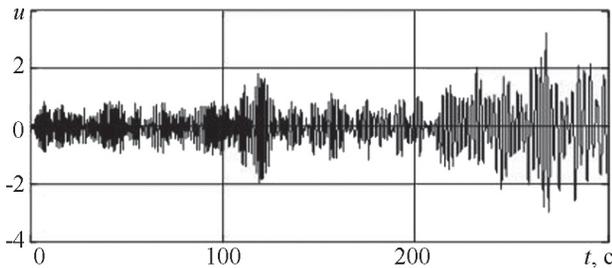


Рис. 5. Результат прохождения белого шума через систему, представленную на рис. 4,  $u(t)$

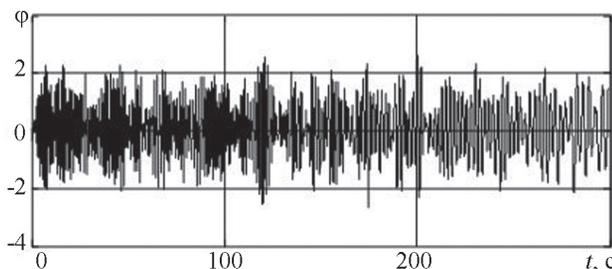


Рис. 6. Реализация функции  $\varphi(t)$

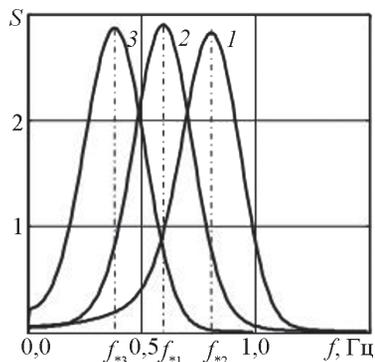


Рис. 8. Оценки спектральной плотности для трех временных диапазонов  $\varphi(t)$ :

1 —  $t_1 \in [0, 100]$  с; 2 —  $t_2 \in [100, 200]$  с; 3 —  $t_3 \in [200, 300]$  с

### Заключение

Проблема синтеза акселерограмм со спектральными свойствами, наиболее приближенными к записям природных землетрясений, актуальна в условиях недостаточно развитой сейсмометрической базы и нехватки записей сильных движений грунта. Продолжительные по времени акселерограммы длиннопериодных землетрясений демонстрируют снижение преобладающих

### Литература

1. Павленко О.В. Сейсмические волны в грунтовых слоях: нелинейное поведение грунта при сильных землетрясениях последних лет. М.: Научный мир, 2009.
2. Позняк Е.В., Радин В.П., Новикова О.В. Частотно-временной анализ акселерограмм природных землетрясений // Вестник МЭИ. 2019. № 5. С. 135—141.
3. Позняк Е.В., Радин В.П., Новикова О.В. Реакция модели здания со снижением жесткости на длиннопериодные сейсмические воздействия // Вестник МЭИ. 2019. № 6. С. 124-130.
4. Bolotin V.V. Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures // Proc. Second World Conf. Earthquake Eng. 1960. V. 2. Pp. 1365—1374.
5. Болотин В.В. Статистическое моделирование в расчетах на сейсмостойкость // Строительная механика и расчет сооружений. 1981. № 1. С. 60—64.
6. Bolotin V.V. Seismic Risk Assessment for Structures with the Monte Carlo Simulation // Probabilistic Eng. Mechanics. 1993. V. 8. No. 3—4. Pp. 169—177.
7. Болотин В.В., Радин В.П., Чирков В.П. Применение метода статистического моделирования для оценки сейсмического риска конструкций // Известия РАН. Серия «Механика твердого тела». 1997. № 6. С. 168—175.
8. Болотин В.В., Чирков В.П., Радин В.П., Трифонов О.В. Развитие нелинейных моделей для анализа динамической реакции, повреждения и разрушения конструкций при экстремальных воздействиях // Известия вузов. Серия «Строительство». 2005. № 3. С. 4—11.
9. Котельников В.С., Панасенко Н.Н., Синельщиков А.В. Разработка модели землетрясений в рас-

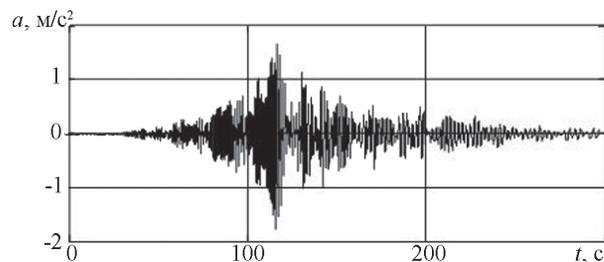


Рис. 9. Смоделированная реализация землетрясения Тохоку

частот. Хотя длиннопериодные воздействия в основном происходят в дальних зонах с большими гипоцентральными расстояниями (порядка сотен километров) и имеют небольшие величины пиковых ускорений, они приводят к длительным резонансным явлениям зданий и сооружений. Особенно опасна ситуация, когда частоты воздействия снижаются одновременно с собственными частотами конструкции, получающей повреждения в ходе землетрясения. Представленный метод синтеза акселерограмм со снижением несущих частот позволяет проверить динамическую реакцию конструкции, оценить сейсмический риск при наиболее неблагоприятном режиме воздействия и заранее предпринять меры по отстройке от резонанса.

### References

1. Pavlenko O.V. Seismicheskie Volny v Gruntovykh Sloyakh: Nelineynoe Povedenie Grunta pri Sil'nykh Zemletryasenyakh Poslednykh Let. M.: Nauchnyy Mir, 2009. (in Russian).
2. Poznyak E.V., Radin V.P., Novikova O.V. Chastotno-vremennoy Analiz Akselerogramm Prirodnykh Zemletryaseny. Vestnik MEI. 2019;5:135—141. (in Russian).
3. Poznyak E.V., Radin V.P., Novikova O.V. Reaktsiya Modeli Zdaniya so Snizheniem Zhestkosti na Dlinnoperiodnye Seismicheskie Vozdeystviya. Vestnik MEI. 2019;6:124-130. (in Russian).
4. Bolotin V.V. Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures. Proc. Second World Conf. Earthquake Eng. 1960;2:1365—1374.
5. Bolotin V.V. Statisticheskoe Modelirovanie v Raschetakh na Seysmostoykost'. Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy. 1981;1:60—64. (in Russian).
6. Bolotin V.V. Seismic Risk Assessment for Structures with the Monte Carlo Simulation. Probabilistic Eng. Mechanics. 1993;8; 3—4:169—177.
7. Bolotin V.V., Radin V.P., Chirkov V.P. Primenenie Metoda Statisticheskogo Modelirovaniya dlya Otsenki Seismicheskogo Riska Konstruktsiy. Izvestiya RAN. Seriya «Mekhanika Tverdogo Tela». 1997;6:168—175. (in Russian).
8. Bolotin V.V., Chirkov V.P., Radin V.P., Trifonov O.V. Razvitie Nelineynykh Modeley dlya Analiza Dinamicheskoy Reaktsii, Povrezhdeniya i Razrusheniya Konstruktsiy pri Ekstremal'nykh Vozdeystviyakh. Izvestiya Vuzov. Seriya «Stroitel'stvo». 2005;3:4—11. (in Russian).
9. Kotelnikov V.S., Panasenkov N.N., Sinel'shchikov A.V. Razrabotka Modeli Zemletryaseny v Raschetnom

четном анализе сейсмостойкости подъемных сооружений // Безопасность труда в промышленности. 2007. № 9. С. 42—46.

10. **Li J., Chen J.B., Sun W.L., Peng Y.B.** Advances of the Probability Density Evolution Method for Nonlinear Stochastic System // Probabilistic Eng. Mechanics. 2012. V. 28. Pp. 132—42.

11. **Li J.** Probability Density Evolution Method: Background, Significance and Recent Developments // Probabilistic Eng. Mechanics. 2015. V. 44. Pp. 111—117.

12. **Дьяконов В.П.** Simulink 5/6/7: Самоучитель. М.: ДМК-Пресс, 2009.

Analyze Seysmoustoykosti Pod'emnykh Sooruzheniy. Bezopasnost' Truda v Promyshlennosti. 2007;9:42—46. (in Russian).

10. **Li J., Chen J.B., Sun W.L., Peng Y.B.** Advances of the Probability Density Evolution Method for Nonlinear Stochastic System. Probabilistic Eng. Mechanics. 2012;28:132—42.

11. **Li J.** Probability Density Evolution Method: Background, Significance and Recent Developments. Probabilistic Eng. Mechanics. 2015;44:111—117.

12. **D'yakonov V.P.** Simulink 5/6/7: Samouchitel'. M.: DMK-Press, 2009. (in Russian).

#### Сведения об авторах:

**Радин Владимир Павлович** — кандидат технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: RadinVP@mpei.ru

**Чирков Виктор Петрович** — доктор технических наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: ChirkovVP@mpei.ru

**Позняк Елена Викторовна** — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: PozniakYV@mpei.ru

**Новикова Ольга Валерьевна** — кандидат технических наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ», e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

#### Information about authors:

**Radin Vladimir P.** — Ph.D. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: RadinVP@mpei.ru

**Chirkov Viktor P.** — Dr.Sci. (Techn.), Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: ChirkovVP@mpei.ru

**Poznyak Elena V.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: PozniakYV@mpei.ru

**Novikova Olga V.** — Ph.D. (Techn.), Assistant Professor of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Machine Strength Dept., NRU MPEI, e-mail: NovikovaOV@mpei.ru

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

**Conflict of interests:** the authors declare no conflict of interest

**Статья поступила в редакцию:** 21.02.2020

**The article received to the editor:** 21.02.2020